

Grundskolans kursplaner i matematik – igår, idag och imorgon

JOHAN PRYTZ



Näringslivets
skolforum

SWEDISH ENTERPRISE SCHOOL FORUM

Grundskolans kursplaner i matematik – igår, idag och imorgon

Författare: Johan Prytz

Juni 2023

Näringslivet skolforum, Stockholm

Innehållsförteckning

Om rapporten i korthet	4
Inledning	5
Tiden innan grundskolan	6
Grundskolans kursplaner i matematik	10
Lgr 62	10
Lgr 69	12
Lgr 80	15
Lpo 94	19
Lgr 11/22	22
Avslutande diskussion	24
Referenslista	26
Appendix A	28
Appendix B	29
Om författaren	30

Näringslivets skolforum är ett initiativ från Svenskt Näringsliv för att stärka Sveriges kompetensförsörjning och förbättra kunskapsresultaten i svenskt skolväsendet. Syftet är att erbjuda en arena för ny kunskap, ökad probleminsikt och en förutsättningslös dialog, gärna med internationell utblick och erfarenhetsutbyte.

Om rapporten i korthet

Bakgrunden till denna rapport är att matematik är ett av grundskolans viktigaste ämnen där eleverna behöver nå minst betyget E för att bli behöriga till ett nationellt program på gymnasieskolan. Samtidigt är det ett ämne där många elever har svårt att lyckas. Det märks inte minst på det nationella provet i matematik i årskurs 9 där nästan 16 procent av eleverna fick betyget F medan ytterligare drygt 33 procent nådde endast lägsta godkända betyget E.

Under 2000-talets första decennium föll också svenska elevers resultat på internationella kunskapsmätningar kraftigt. Även om en viss förbättring skett de senaste tio åren var det bara cirka fem procent av de svenska åttondeklassare som nådde avancerad nivå i Timss 2019 jämfört med toppnationen Singapore (51 procent) och snittet bland OECD-länderna (11 procent). Det finns därför anledning att fortsätta försöka utveckla och förbättra grundskolans matematikundervisning.

Viktiga frågor är då vad grundskoleeleverna ska lära sig i matematik, när och hur undervisningen utformas. Detta är frågor som i hög grad hänger samman med läroplanens och kursplanens innehåll och utformning. Sedan grundskolans infördes har vi haft flera olika läroplaner med tillhörande kursplaner i matematik: Lgr 62, Lgr 69, Lgr 80, Lpo 94, Lgr 11 samt den nu gällande som infördes höstterminen 2022 (Lgr 22). Denna rapport handlar om hur matematikkursplanernas innehåll (begrepp, färdigheter och förmågor) och utformning har förändrats över tid. Den placerar också utvecklingen i en större utbildningspolitisk kontext avseende principer för styrning och hur kursplanerna förbereddes. Rapporten jämför också översiktligt vad vi vet om elevernas matematikkunskaper och diskuterar hur olika de kursplanerna påverkat såväl läromedel som kunskapsresultat. De huvudsakliga slutsatserna är följande:

- Det är relativt stora skillnader i hur grundskolans olika läro- och kursplaner utformats. Inledningsvis var kursplanerna relativt detaljerade där man angav för varje årskurs vad undervisningen skulle handla om men de kom successivt fram till införandet av Lpo94 att bli alltmer inriktade på att beskriva vilka mål som skulle uppnås eller sträva mot i form av färdigheter och förmågor. En liknande trend gällde i stort även för ämnet matematik.
- Dessa förändringar var del i en mer allmän policyförändring i offentlig förvaltning mot mer översiktlig målstyrning och ökad decentralisering
- Matematikkursplanen till Lgr 80 avvek dock på viktiga punkter från denna utveckling. Den innehöll tydliga och mer detaljerade beskrivningar av vad undervisningen skulle handla om, i vilken omfattning och i vilken ordning (särskilt inom området aritmetik). Även om man bör vara försiktig med att dra slutsatser om effekter så kan denna kursplanedesign associeras med mycket förbättrade resultat mellan 1980 och 1995. Det indikerar att tydlig och detaljrik sekvensering kan vara av stort värde när man nu – som regeringsunderlaget enats om – planerar att se över grundskolans kurs- och läroplaner.
- Det handlar om att ett matematiskt ämnesspråk bör få ta större plats samtidigt som formuleringar om förmågor bör kompletteras med exemplifierande och detaljrika formuleringar med matematiska uttryck för begrepp och operationer. Därtill bör en tydligare progression framgå.

Inledning

I denna rapport ges en beskrivning av grundskolans (åk 1–9) kursplaner i matematik från 1962 till nutid, sammanlagt sex stycken. Rapporten inleds med en kort beskrivning av folkskolans (motsvarande grundskolans åk 1–7) och realskolans (motsvarande grundskolans åk 4–9) kursplaner i matematik under perioden 1900–1962. Dessa kursplaner placeras också i en vidare utbildningspolitisk kontext. Syftet med detta är att ge perspektiv på grundskolans kursplaner och tydliggöra att de problem vi idag har att ta ställning till när det gäller grundskolans kursplaner inte bara är kopplade till grundskolereformen.

Därefter behandlas grundskolans sex kursplaner i matematik, det vill säga kursplanerna till Lgr 62, Lgr 69, Lgr 80, Lpo 94, Lgr 11 och Lgr 22. Varje kursplan diskuteras utifrån följande punkter:

- utbildningspolitisk kontext, i synnerhet principer för styrning
- hur kursplanerna förbereddes
- kursplanernas innehåll med avseende på matematik, färdigheter och förmågor
- hur innehåll och progression framställdes, i synnerhet vilka termer och begrepp som användes
- kunskapsresultat.

I ett avslutande avsnitt diskuteras hur en framtida kursplan i matematik för grundskolan borde utformas eller designas. Tesen som drivs är att ett matematiskt ämnesspråk bör få ta större plats. Det handlar om att formuleringar om förmågor bör

kompletteras med exemplifierande och detaljrika formuleringar med matematiska uttryck för begrepp och operationer. Därtill bör en tydligare progression framgå.

Att ge en helt uttömmande redogörelse för matematikkursplanernas historia är inte möjligt givet det korta formatet. Det finns därför aspekter som utelämnats, berörs kortfattat eller berörs osystematiskt. Det handlar till exempel om de kunskapsnyer som kursplanerna vilat på eller givit uttryck för, de undervisningsmetodiska principer som ingått och kopplingar till de olika betygssystemens konstruktion. Dessa aspekter är relevanta för att förstå hur kursplaner blir till. Valet att inte uppmärksamma dessa aspekter så mycket, eller inte alls, hänger samman med att jag inte finner tillräckliga empiriska belägg för att de påverkat kunskapsresultaten. Att till exempel identifiera en viss kunskapsyn i en kursplan och andra policydokument och sedan låta det förklara ett visst kunskapsresultat är inte övertygande. Detta till skillnad från min tes om kursplanens design (form, inte idémässigt innehåll) som baseras på empiriska analyser om hur designen hänger samman med kunskapsresultat och läromedel; se i synnerhet avsnittet om Lgr 80.

Tiden innan grundskolan

En av de grundläggande krafter som drivit förändringen av skolan och då även dess kursplaner är anpassningen till samhällsförändringar. Industrialiseringen och växande byråkratier under 1800-talet är en sådan samhällsförändring och inte minst ett växande behov av en mer utbildad arbetskraft, inom såväl företag som förvaltning. Industrialiseringen handlade ju inte enbart om att industriföretagen blev fler och växte sig större. Det handlade till exempel också om ett växande bank- och försäkringsväsende, kraftig utbyggnad av infrastruktur och en allt större offentlig förvaltning¹.

Svaret på det behovet, i Sverige och i många andra länder i västvärlden, var ett successivt utbyggt nationellt skolsystem för massutbildning med allt fler utbildningsplatser och allt längre utbildningar. Det var en trend där USA gick i täten och genom inrättandet av high schools blev det första landet där majoriteten av en årskull genomgick motsvarande gymnasieutbildning under 1950-talet². I Sverige skedde detta först under 1970-talet, efter genomförandet av grundskolereformen.

I Sverige följde utbyggnaden av ett nationellt massutbildningssystem två spår: ett för primärstadiet och ett för sekundärstadiet.

Med primärstadiet avses undervisning för barn i åldrarna 7 till 12 år och där läroplanen täcker de mest grundläggande kunskaperna i olika ämnen. Ett viktigt steg i utbyggnaden av primärstadiet var inrättandet av folkskolan år 1842 som gjorde det obligatoriskt för socknar och senare kommuner att upprätta primärskolor. Folkskolorna var främst avsedd för

den lägre, och i särklass största, samhällsklassen. Barnen från de högre samhällsklasserna fick sin grundläggande utbildning på andra ställen³.

När det gäller den mer avancerade och teoretiskt inriktade utbildningen – sekundärstadiet, årskurs 4 till 12 – innebar utbyggnaden att den existerande lärdomsskolan, senare kallad läroverk, reformerades och tillfördes ett nytt utbildningsprogram under andra halvan av 1800-talet. Det nya realistiska programmet kompletterade det existerande klassiska programmet. Dessa två program speglade två olika bildningsideal: det klassiska idealet inriktat på att förstå människans idévärld och det reala idealet inriktat på att förstå människans fysiska omvärld. Typiska skolämnen för det förra idealet var klassiska språk (grekiska och latin) och humanistiska ämnen (t.ex. historia och litteraturhistoria). Syftet med de klassiska språken var inte minst att träna grammatik och utveckla en allmän språkförmåga. Typiska skolämnen för det reala idealet var de naturvetenskapliga ämnena, men även ämnen som ekonomi⁴.

Utbyggnaden av folkskolan och läroverken skedde dock inte samtidigt. År 1868 hade 76,6 procent av totalt 679 128 barn i åldrarna 7 till 14 år gått i folkskolan, 14,6 procent hade fått undervisning i hemmet, 6,2 procent hade fått undervisning i andra skolor och 2,5 procent hade inte fått någon undervisning alls⁵. Samma år tog sammanlagt 479 elever vid landets läroverk mogenhetsexamen, det som senare kom att kallas studentexamen – en siffra som hade ökat till 1 322 år 1905⁶. Utbyggnaden av läroverken skedde främst på 1900-talet. Exempelvis

1 Larsson & Prytz (2015), s. 140–145. Edgren (2015), s. 121, 129

2 Appendix A, diagram A och B.

3 För mer detaljer om folkskolan, se Edgren (2015).

4 Larsson & Prytz (2015), s. 135–137, 140–145.

5 Statistiska centralbyrån (1974), s. 49. Med folkskolan avses här både folkskolan och de lägre årskurserna 1 och 2 som benämndes småskolan.

6 Statistiska centralbyrån (1977), s. 153

ökade antalet elever i realskolan (åk 4–9) vid de statliga läroverken från cirka 22 000 elever år 1920 till cirka 106 000 år 1959. För gymnasiets del skedde utbyggnaden ännu senare⁷.

Ett viktigt steg i läroverkens utveckling var uppdelningen i realskola (åk 4–9) och gymnasium (åk 9–12), vilken gjordes år 1905. Som namnet antyder hade realskolan ett utbildningsprogram präglad av det reala bildningsidealet. De naturvetenskapliga ämnena och matematik tog stor plats, medan de klassiska språken försvann helt från årskurs 4 till 9; moderna språk och andra humanistiska ämnen fanns dock kvar. Det var först när eleverna kom till gymnasiet de kunde välja ett helt klassiskt program⁸.

Inrättande av realskolan innebar också att läroverkens nedre del fick flera uppdrag: den skulle förbereda för högre studier vid gymnasiet, för studier vid yrkesförberedande utbildningar och för arbetsliv. De som valde de två senare alternativen kunde ta en realexamen när de lämnade realskolan efter årskurs 9. Tidigare ledde läroverkens nedre del bara vidare till den övre delen. Före 1905 var det dock många elever som aldrig fullföljde studierna vid läroverken fram till studentexamen. Med realskola och realexamen skulle dessa elever få en bättre väg vidare i livet⁹.

Något renodlat gymnasieförberedande alternativ till realskolan från och med årskurs 4 fanns i princip inte efter 1905¹⁰. Realskolan rymde alltså alla elever som tänkte sig en mer avancerad utbildning ovanför folkskolans årskurs 6, såväl teoretiska som yrkesförberedande. I detta avseende finns det klara likheter mellan realskolan och grundskolans högstadium.

En annan aspekt av utbyggnaden av ett nationellt system för massutbildning är hur det skulle

styras. I Sverige hanterades det med tilltagande centralisering, vilket var den övergripande trenden ända till 1970-talet¹¹. Här följer några exempel på hur centraliseringen tog sig uttryck inom skolmatematiken. Kursplanerna, främst delarna om undervisningsmetoder, blev allt längre och i slutet av 1930-talet etablerades en nationell läroboksgranskning¹². Med början på 1920-talet kom standardprov i allt större utsträckning att användas i folkskolan, inte minst för att skapa ett tillförlitligare och likvärdigare nationellt betygssystem men också i syfte att förbättra undervisningen¹³.

Jag går nu över till matematikkursplanerna i folkskolan och realskolan och börjar med folkskolan. Under hela perioden 1900–1962 var aritmetik det dominerande delämnet i folkskolans kursplan i matematik, eller ”räkning och geometri” som ämnet benämndes; se tabell 1. Aritmetik handlar om talens egenskaper och de fyra räknesätten; mer specifika och konkreta exempel är multiplikationstabellerna och uppställningar för att hantera mer komplicerade beräkningar och algoritmer. Det var först i årskurs 5 som en del geometri tillkom. Förutom att lära sig geometrins grundläggande begrepp, så handlade det om omkrets, area och volym samt hur dessa mäts och beräknas. Även i realskolan var aritmetik och geometri viktiga delämnena i kursplanen; se tabell 1. Ser vi till de med folkskolan överlappande årskurserna 4 till 6, så var innehållet påfallande likt¹⁴. Störst skillnad fanns i de högre årskurserna. Där blev det mer algebra och geometri i realskolan och inte minst en mer teoretiskt inriktad typ av geometri med fokus på axiom, definitioner, satser och bevis. Här kan man ana läroverkets klassiska arv även inom realskolan. Under lång tid användes läroböcker med formuleringen ”Euklides Elementa” i titeln. Författarna av dessa böcker hade ambitionen att ha samma innehåll

7 Appendix B, diagram A och B.

8 Lövheim (2006), s. 41, 86

9 Larsson & Prytz (2015), s. 137.

10 I Stockholm, Göteborg, Malmö, Lund och Uppsala gjordes under 1930-talet försök att inrätta den nya skolformen lyceum, som blev ytterligare en del av läroverken. Lycéet påbörjades i årskurs 7 och dess studieprogram skulle enbart leda till studentexamen i årskurs 12. Denna skolform blev aldrig populär och var helt avvecklad i början av 1940-talet. Statistiska centralbyrån (1977), s. 38–40; Sverige 1940 års skolutredning (1947), s. 18.

11 Skott (2015), s. 426–427, beskriver trenden översiktligt. Det fanns dock klara undantag, se t.ex. Prytz & Ringarp (2019), s. 134–135

12 Prytz (2017), s. 47–48.

13 Westin (1999), s. 3; Lundahl (2019), s. 568–571.

14 Prytz (2015), s. 315–316.

och följa samma vetenskapliga principer som den ursprungliga Elementa hade när den författades av Euklides cirka år 300 f.Kr. i det antika Grekland. Syftet med denna typ av geometriundervisning var att eleverna skulle lära sig tänka logiskt, men också kritiskt – förmågor som ansågs användbara i andra ämnen och sammanhang¹⁵. Med dagens terminologi skulle vi säga att det handlade om att utveckla elevernas allmänna resonemangsförmåga. Den här typen av transfereffekt (man lär sig något i ett ämne som man sedan använder i ett annat) blev senare mycket ifrågasatt, inte minst i samband med grundskolereformen¹⁶.

TABELL 1: OMRÅDEN I FOLKSKOLANS OCH REALSKOLANS KURSPLANER I MATEMATIK. ÅRSKURSER INOM PARENTES.

FOLKSKOLAN	REALSKOLAN
Aritmetik (1–6)	Aritmetik (1–9)
Geometri (5–6)	Geometri (5–9)
	Algebra (7–9)

Som tidigare nämnts, utvecklades det svenska nationella skolsystemet i två spår – ett för primärstadiet och ett för sekundärstadiet – som på flera sätt var två separata eller parallella spår. Men från och med ungefär år 1900 kom de två spåren och stadierna alltmer att integreras. Från att ha haft två olika nationella myndighetsverk för folkskolan och läroverken, bildades år 1920 en gemensam myndighet: Skolöverstyrelsen (SÖ). Kursplaner och betygssystem var inledningsvis inte alls samordnade, men de kom successivt att integreras. Till exempel angavs när realskolans infördes år 1905 att fyra år i folkskolan (enligt vad som angavs i styrdokumentet)

skulle motsvara de kunskaper som krävdes för att börja i realskolan¹⁷. Urvalet till realskolan baserades dock på intagningsprov, vilket speglar en situation med varierande kvalitet i folkskolan¹⁸.

Några decennier senare togs dock intagningsproven bort och urvalet baserades istället på folkskolans betyg. Reformen baserades på en studie av hur pass väl betyg och intagningsprov predicerade studieframgång i realskolan. Studien visade att folkskolans betyg var bättre¹⁹. Folkskolans betygssystem var vid den här tiden föremål för standardisering; betygssättningen skulle bli likvärdig mellan skolor och geografiska områden. Denna standardisering byggde bland annat på införande av nationella standardprov i matematik och svenska²⁰.

Övergången till betygsintag säger en del om hur kvaliteten på folkskolans matematikundervisning hade förbättrats. Och det säger också något om samhällets tillit till folkskolans och dess lärares förmåga att bedriva undervisning och bedöma elevernas kunskaper. Här är det viktigt att se skillnaden i utbildningsnivå mellan folkskollärare och läroverkslärare. En läroverkslärare hade en ämnesexamen från universitet, inte sällan en doktorsexamen. En folkskolläraryxamen i början av 1900-talet byggde på en fyraårig utbildning vid så kallade folkskolläraryxaminer, som i sin tur krävde genomgången sexårig folkskola²¹. Sett till antal år motsvarar folkskolläraryxamen år 1900 inte ens en gymnasieutbildning år 2023. Mot slutet av 1950-talet hade utvecklingen nått dithän att en majoritet av studenterna vid folkskolläraryxaminerna hade studentexamen och gick en tvåårig folkskolläraryxamen²².

Ser vi till hela perioden 1900–1962 och folkskolans matematikundervisning kan vi alltså urskilja en

15 För mer detaljer om realskolans geometriundervisning, se Prytz (2007), s. 58–61, 103–106, 158–161.

16 Se avsnitt om Lgr62.

17 Grimlund och Wallin (1939), s. 2. Redan år 1894 gällde dock att kraven för att börja läroverkens första årskurs skulle motsvara tre i år folkskolan.

18 Jmf. Edgren (2015), s. 132–139.

19 Johansson (1983), s. 18.

20 Johansson (1983), s. 16–17.

21 Marklund (1984), s. 132.

22 Marklund (1984), s. 132.

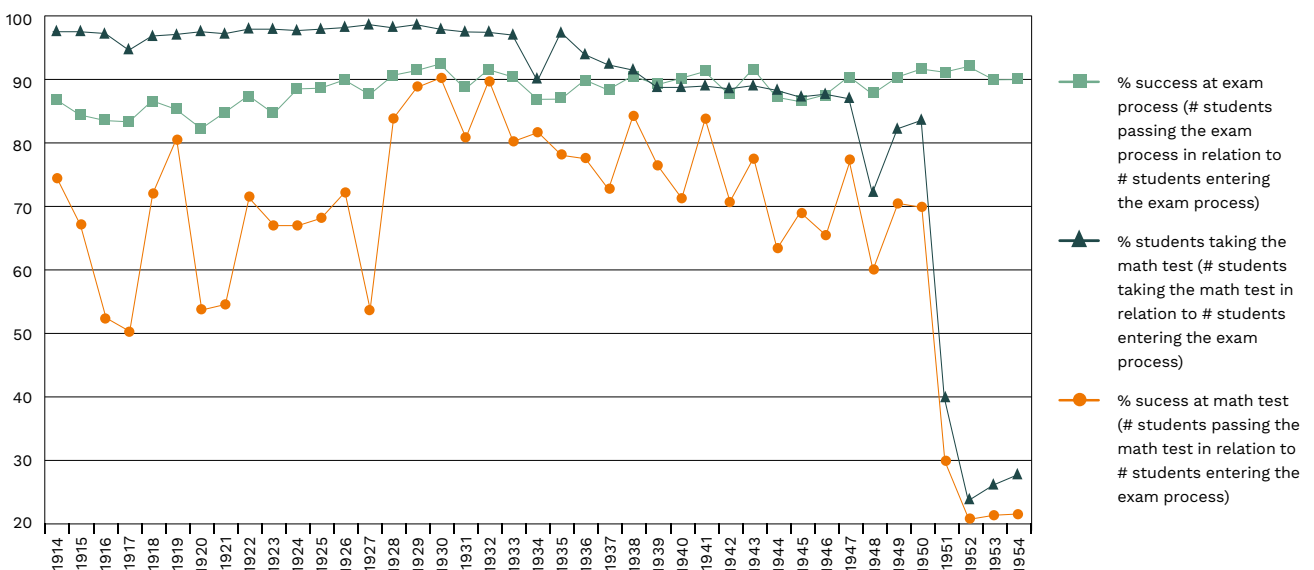
positiv utveckling, vilket inte lika lätt kan sägas om realskolan. Ser vi till kunskapskraven i realskolan, så får de anses ha legat på en hög nivå under hela perioden 1905–1962. En stor andel av eleverna klarade inte kraven om vi ser till resultaten på realexamensproven i matematik; se diagram 1. Innan år 1930 var resultaten på realexamensproven i matematik ofta dåliga, men stora förändringar kan observeras. Några goda år efter 1930 följdes av en stadigt negativ trend, och mot slutet ett mycket stort tapp²³.

Diagram 1 beskriver dock inte den generella kunskapsnivån eftersom inte alla realskoleelever gjorde examensproven. De som gick vidare till gymnasiet lämnade realskolan ett år tidigare och gjorde då inte realexamensproven; de som gick

vidare till gymnasiet var dock en klar minoritet under hela 1900-talet²⁵. I absoluta elevantal handlade realskolans utbyggnad främst om elever som tog realexamen och sedan gick vidare till yrkesutbildningar och yrkesliv²⁶.

Således kan vi utifrån vad som redovisats ovan urskilja både styrkor och problem i matematikundervisningen när grundskolereformen förbereddes under 1950-talet, för att börja införas år 1962. Styrkan låg i att kvaliteten i undervisningen i de tidiga skolåren hade förbättrats, men problem fanns i årskurs 7–9 på realskolan och uppdraget att ge alla elever undervisning i matematik.

DIAGRAM 1. RESULTAT, REALEXAMENSSKRIVNING I MATEMATIK, 1914–1954²⁴.



23 För en mer detaljerad beskrivning av examensuppgifter, hur de bedömdes och lösningsfrekvenser, se Prytz (2007), s. 162–188.

24 Källa: Prytz (2007), s. 166.

25 Jmf diagram A och B i Appendix B.

26 Jmf diagram A och B i Appendix B.

Grundskolans kursplaner i matematik

Lgr 62

Grundskolereformen var i vissa avseenden genomgripande. Detta gäller inte minst för att de parallella skolformerna folkskola och realskola ersattes av en obligatorisk nioårig skolform: grundskolan. Och det var inte fråga om att låta de gamla skolformerna leva kvar inom en ny organisatorisk ram. Några särskilda teoretiska och praktiska kursprogram inrättades inte. Vissa valmöjligheter av sådan karaktär fanns dock på högstadiet (åk 7–9). Till exempel fanns allmänna och särskilda kurser i matematik och engelska att välja emellan. Eleverna kunde också välja att läsa ytterligare ett modernt språk utöver engelska. Denna typ av enhetlig skola för årskurs 1 till 9 var inte unik för Sverige. Liknande system fanns i USA och uppstod också i övriga nordiska länder vid den här tiden. Även i Västtyskland och Nederländerna gjordes försök med denna typ av skolor, men det blev aldrig den enda eller dominerande skolformen.

Motiven till grundskolereformen var flera från politiskt håll. Vissa såg den som ett viktigt steg att komma till rätta med ett skolsystem som reproducerade ett klassamhälle²⁷. Andra såg

grundskolereformen som ett sätt att skapa fler och bättre utbildningsplatser i de högre årskurserna även på landsbygden. Staten krävde nämligen ordentliga satsningar från kommunernas sida för att få starta kompletta nioåriga grundskolor²⁹. Därtill blev organisationen enklare med en skolform istället för flera parallella (t.ex. folkskola, statlig realskola, kommunal realskola, praktisk realskola, flickskolor och högre folkskolor).

Efter grundskolans genomförande kom kursplanerna i matematik att förändras en hel del i samband med de olika läroplansreformerna, vilket visas i efterföljande avsnitt. Undervisningstiden per årskurs kom dock inte att ändras så mycket; se tabell 2.

Anledningen till att maximum- och minimiantal anges är att lektionerna var olika långa i vissa läroplaner. De före lunch var längre än de efter lunch. Så den totala undervisningstiden berodde på när skolorna valde att schemalägga matematiken. Den till synes stora reduceringen av tid från 1980 till 1994 var i verkligheten betydligt mindre. I samband med 1994 års läroplan förändrades sättet att utforma timplanerna. Innan 1994 angavs hur många lektioner varje ämne skulle ha per vecka. Ett antal lektioner

TABELL 2: TID FÖR MATEMATIK. ANTAL KLOCKTIMMAR (60 MIN) PER ÅRSKURS I GENOMSNITT, 1900–2022²⁸

ÅR	FOLKSKOLAN		REALSKOLAN			GRUNDSKOLAN					
	1900	1919	1905	1928	1933	1962	1969	1980	1994	2011	2022
max.	124	125	133	140	114	130	130	119	100	100	137
min.	112	125	133	140	101	116	116	119	100	100	137

²⁷ Larsson (2015), s. 345–351.

²⁸ Källa: Prytz (2015), s. 315. För år 2022 är uppgifterna hämtade från www.skolverket.se.

²⁹ Prytz & Ringarp (2019), s. 134–136.

föll dock bort på grund av exempelvis helgdagar och friluftsdagar. Så talen i tabell 2 innan 1994 var i verkligheten något lägre. Med den nya typen av timplan som kom 1994 anges exakt hur många timmar undervisning eleverna ska ha i varje ämne, oberoende av helgdagar och friluftsdagar. Den procentuellt största förändringen som skett under hela perioden är därför ökningen i tid från 2011 till 2022.

Grundskolans första kursplan i matematik innebar dock inte någon allmän genomgripande förändring. Huvudområdena var aritmetik, algebra och geometri; se tabell 3. Kursplanen för årskurs 1 till 6 motsvarade årskurs 1 till 6 i folkskolan (mycket aritmetik och en del geometri i åk 5 och 6). Kursen i särskild matematik i årskurs 7 till 9, motsvarade realskolans kurser i de årskurserna men med mer algebra och mindre geometri. Geometridelen var också mer inriktad på beräkningar och tillämpningar än i realskolan, där geometrin var mer teoretisk med mycket bevisföring³⁰. I årskurs 7 till 9 tillkom lite enkel statistik samt en del funktionslära i årskurs 9, vilket inte fanns på realskolan. Kursen i allmän matematik var en enklare variant av särskild kurs, dock utan funktionslära.

TABELL 3: OMRÅDEN I GRUNDSKOLANS KURSPLAN I MATEMATIK, LGR 62. ÅRSKURSER INOM PARENTES³¹.

LGR 62
Aritmetik (1–9)
Geometri (5–9)
Algebra (7–9)
Funktioner (9)

Det fanns emellertid tydliga skillnader i hur den första kursplanen var designad och hur valet av innehåll gjordes; det gäller inte minst minskningen av geome-

trins utrymme och förändringen av geometriämnets karaktär.

När det gäller designen var grundskolans kursplan betydligt mer detaljerad än folkskolans och realskolans. I likhet med tidigare kursplaner angavs för varje årskurs vad undervisningen skulle handla om, men med betydligt fler ord och större precision³². Precisionen åstadkoms genom att använda termer för matematiska begrepp och operationer. Och det som beskrevs var, förutom begrepp, främst olika handlingar eller färdigheter kopplade till exempelvis räkneoperationer och ekvationslösning³³.

Valet av innehåll gjordes delvis genom en ny och vetenskaplig metod. För ämnena svenska och matematik gjordes en storskalig avnämardstudie med syftet att ta reda på vilka kunskaper i svenska och matematik som behövdes i samhället. Enkäter gick ut till personer verksamma inom näringslivet, offentlig förvaltning, högre utbildning (universitet) och skola. Enkäterna handlade om vilka kunskaper i svenska och matematik som behövdes inom olika samhällsområden³⁴.

Det tydligaste resultatet för matematikkursplanens vidkommande handlade om geometrin i årskurserna 7 till 9. Det visade sig att den teoretiska typ av geometri som undervisats i realskolan inte uppfattades som relevant, förutom just i skolan. I rapporten om avnämardstudien konstaterades också att det saknades vetenskapliga belegg för den transfereffekt som den teoretiskt inriktade geometriundervisningen ansågs leda till, det vill säga att eleverna utvecklade ett allmänt logiskt och kritiskt tänkande som kunde användas inom andra områden³⁵. Som tidigare nämnts skars geometriämnet ned och fick en annan inriktning: med mer fokus på rit- och mätövningar och beräkningar.

30 Prytz (2015), s. 316.

31 Prytz (2015), s. 316.

32 Prytz (2015), s. 311–312.

33 Prytz (2015), s. 319, 321

34 Prytz (2017), s. 50. Undersökningen initierades av Studieförbundet Näringsliv och Samhälle (SNS) och lärarhögskolan i Stockholm; den finansierades av Ecklesiastikdepartementet, se Sverige 1957 års skolberedning (1960), s. 3. Undersökningen gjordes av Urban Dahllöf och resulterade i hans doktorsavhandling Kursplaneundersökningar i matematik och modersmålet: empiriska studier över kursinnehållet i den grundläggande skolan. Handledare var professor Torsten Husén. Avhandlingen blev också en publikation i Statens Offentliga Utredningar (SOU) och då som del III i 1957 års skolberedning.

35 Prytz (2017), s. 51.

Avnämardstudien markerar början på en period då framtagandet av matematikkursplaner hade ett tydligt inslag av teorier och metoder från ämnena psykologi och pedagogik. En kännetecknande komponent i den processen var att den innehöll omfattande och för ändamålet dedikerade empiriska undersökningar³⁶. Det var alltså inte fråga om att enbart utgå från vissa teorier och ett existerande forskningsläge när kursplanen skulle formuleras.

Starten på detta nya vetenskapliga förhållningssätt till kursplanen sammanföll ungefär med starten för internationella kunskapsmätningar i matematik. Den första anordnades år 1964 och brukar benämnas First International Mathematics Study (FIMS)³⁷.

De svenska resultaten i FIMS år 1964 var inte särskilt bra i internationell jämförelse, om vi ser till grundskolan. Sverige deltog med elever i årskurs 7 och kom på delad sista plats tillsammans med USA. Det var dock bra 12 länder som deltog. De svenska gymnasieeleverna som läst mycket matematik och som deltog i FIMS klarade sig dock betydligt bättre i internationell jämförelse. Men de svenska gymnasieelever som inte läste mycket matematik klarade sig inte bra i internationell jämförelse: näst sist och långt under närmast bättre presterande land³⁸. Att se de dåliga svenska resultaten i FIMS i årskurs 7 som en effekt av grundskolereformen är dock inte rimligt eftersom reformen påbörjades 1962.

Även om det fanns problem med grundskolans matematikundervisning så hyste många hopp om att den så kallade Nya Matematiken skulle lösa dessa. Det var en radikalt ny typ av skolmatematik som förutspåddes lösa såväl pedagogiska problem som större samhällsproblem. Och den skulle implementeras i samband med grundskolans andra läroplan som kom 1969 (Lgr 69).

Lgr 69

I likhet med de organisatoriska reformer som syftade till att förlänga elevernas skolutbildning, var den Nya Matematiken (New Math, Mathématiques modernes) en internationell rörelse – en rörelse med det gemensamma målet att förbättra skolmatematiken, både med avseende på innehåll och pedagogik. Skolämnet behövde uppdateras mot de senaste decenniernas forskningsresultat inom både matematik och psykologi. Rörelsen startade och fick kraft under 1950-talet, främst i Frankrike och USA, och ledande forskare inom såväl matematik som psykologi kom att ansluta sig. Kritiken mot den existerande skolmatematiken var bitvis hård. Bland de namnkunniga matematikerna kan nämnas Jean Dieudonné (1906–1992) och Marshall H. Stone (1903–1989). Framträdande forskare inom psykologifältet var Jean Piaget (1896–1980) och Jerome Bruner (1915–2016)³⁹. Motiven till förändringarna var både samhällsekonomiska och säkerhetspolitiska⁴⁰.

Ambitionerna med den Nya Matematiken var ursprungligen modesta. Det handlade om att uppdatera matematikkurserna på gymnasienivå med modernare matematik i syfte att göra eleverna bättre förberedda för universitetsstudier⁴¹.

Snart kom dock ambitionerna att utökas till hela spannet årskurs 1 till 12 och kom även att inkludera pedagogiken. I det sammanhanget var Piagets och Bruners teorier om kognition och lärande vägledande. En viktig komponent i det pedagogiska tänkandet var att man såg likheter mellan kognitiva strukturer och matematiska strukturer. En annan viktig komponent var begreppsförståelsens betydelse för lärandet. Detta mynnade ut i en pedagogik där det var viktigt att ha fokus på matematiska strukturer, vilket skulle

³⁶ Prytz (2017), s. 52.

³⁷ Den mätningen drevs av den då relativt nystartade organisationen International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA). Det är samma organisation som idag ordnar TIMSS (Trends In Mathematics and Science Study). Ordförande för IEA var ovan nämnda Torsten Husén, se Husén (1967a), s. 13, 16.

³⁸ Husén (1967b), s. 22–25.

³⁹ Philips (2015), s. 49–53. Prytz & Karlberg (2016), s. 72–74.

⁴⁰ Mer om den samhällsekonomiska och säkerhetspolitiska kontexten kan läsas i Philips (2015), s. 22–46.

⁴¹ Prytz & Karlberg (2016), s. 72.

underlätta för förståelse, vilket i sin tur skulle ge bättre förutsättningar för lärande⁴².

I resonemangen om kognitiva och matematiska strukturer var mängdläran viktig. Mängdläran hade sedan en längre tid tillbaka intagit en central plats inom den vetenskapliga matematiken. Den fungerade där som ett teoretiskt fundament som knöt samman matematikens olika områden. Det var mängdläran som då också skulle erbjuda de strukturer som skolmatematiken borde fokusera på. Och i likhet med den vetenskapliga matematiken, ansågs mängdläran erbjuda ett gemensamt fundament även för skolmatematikens olika delar⁴³.

Ovanstående pedagogiska resonemang betraktades i sin samtid som hypotetiska. Vägen framåt för Nya Matematiken som rörelse under 1960-talet var att testa resonemangen empiriskt och att utveckla dem. Innan nya kursplaner kunde sjösättas, behövdes nya undervisningsmetoder och inte minst nya typer av läromedel testas och utvecklas för att kunna fungera med en radikalt ny kursplan i matematik. Det var vad som skedde i Sverige, i samarbete med övriga nordiska länder förutom Island.

Utvecklingsarbetet i Sverige påbörjades 1961, kom att pågå i ungefär åtta år och involverade ett 30-tal forskare och experter. Arbetet kom till stor del att handla om att utveckla, testa och revidera en ny typ av läromedel. Det var fråga om storskaliga undervisningsförsök som kom att involvera tusentals elever i de nordiska länderna. Lärare skickade in rapporter om hur undervisningen fungerade. Mot slutet av arbetet gjordes även en studie med experiment- och kontrollgrupper i årskurserna 1 till 9. Experimentgrupperna hade då fått undervisning enligt en ny typ av kursplan i två eller tre år och med en ny typ av läromedel. Kontrollgrupperna hade fått undervisning enligt den ordinarie kursplanen och traditionella läromedel. Utfallen i de båda grupperna var ungefär likvärdiga,

förutom i ett fall. Bland realskoleeleverna var resultaten i kontrollgruppen bättre. Notera att det även fanns en experimentgrupp med realskoleelever. Dessa utfall i kombination med resultaten från övrig försöksverksamhet ansågs emellertid som tillräckliga för att fortsätta. Den avslutande jämförande studien sågs inte som avgörande eftersom innehållet i den nya och gamla kursplanen var så olika⁴⁴.

Författandet av själva kursplanen blev dock inte problemfritt. Det uppstod konflikter mellan författare och ledande personer inom SÖ, vilket resulterade i att ett par författare hoppade av – bland annat han som lett utvecklingsarbetet under 1960-talet. Kursplanarbetet stoppades ett tag och kom sedan att slutföras av två personer som inte varit med i det föregående utvecklingsarbetet⁴⁵.

Den kursplan i matematik som till sist kom med i 1969 års läroplan var visserligen mycket annorlunda än den föregående (Lgr 62) och tydligt präglad av den Nya Matematikens pedagogiska ideal, men förmodligen mindre radikal och inte lika detaljerad som de första utkasterna. I jämförelse med kursplanen till Lgr 62, handlade förändringarna till stor del om mängdläran. Den var dock inte ett eget område i kursplanen. Den skulle istället ingå i alla andra delområden. När nya begrepp och operationer inom dessa andra delområden skulle introduceras och förklaras för eleverna skulle lärarna använda sig av begrepp, symboler och andra uttryck (t.ex. Venndiagram) från mängdläran⁴⁶.

En annan förändring med 1969 års kursplan var att nya matematiska områden tillkom, även i tidiga årskurser, exempelvis statistik. På högstadiet tillkom trigonometri och vektorer. Ytterligare en förändring var att områden som tidigare bara funnits i senare årskurser flyttades fram till lågstadiet, exempelvis algebra. Områden namngavs också på ett nytt sätt⁴⁷. Exempelvis delades området aritmetik upp på olika typer av tal (naturliga tal, decimaltal o.s.v.); se tabell 4.

42 Prytz & Karlberg (2016), s. 72.

43 Prytz & Karlberg (2016), s. 72.

44 Prytz (2018), s. 198–202.

45 Prytz (2018), s. 201.

46 Prytz (2018), s. 201.

47 Prytz (2015), s. 316; Prytz (2018), s. 2016.

TABELL 4: OMRÅDEN I GRUNDSKOLANS KURSPLAN I MATEMATIK, LGR 69. ÅRSKURSER INOM PARENTES⁴⁸.

LGR 69	
Naturliga tal (1–7)	Räknemaskiner (7–9)
Mätningar (1–9)	Statistik och sannolikhetslära (2–9)
Geometri (1–9)	Reella tal (7–9)
Decimaltal (4–8)	Funktionslära (6–9)
Rationella tal (4–9)	Ekvationer, olikheter och ekvationssystem (1–9)
Negativa tal (4–8)	Matematiska modeller (9)

En tredje förändring i matematikkursplanen handlade om hur innehållet beskrevs. Formuleringar om färdigheter och hanterandet av exempelvis beräkningar och ekvationer fick en mer undanskymd plats än tidigare. Istället fick matematiska begrepp en mer framträdande plats⁴⁹.

Innan reformen sjösattes fick lärarna fortbildning i den Nya Matematiken i det så kallade Delta-projektet. Det har i efterhand kritiserats för att ha lagt för mycket fokus på den matematiska teorin och för lite fokus på själva undervisningen⁵⁰.

Inledningsvis gick införandet av Nya Matematiken enligt plan. Det finns belägg för att en klar majoritet av läroboksförfattarna anammade de pedagogiska idéerna om hur mängdläran skulle användas⁵¹. En bidragande orsak till det var förmodligen den obligatoriska läromedelsgranskningen, vilket säger en del om hur kraftfullt ett sådant styrinstrument kan vara⁵².

Reformen med den Nya Matematiken fungerade dock inte särskilt väl om vi ser till provresultat och andra tester som gjordes strax efter reformen, i synnerhet inte i årskurs 7–9. Det visade sig också att lågpreste-

rande elever hade särskilt svårt. Därtill var räknefärdigheter ett område där en tydlig resultatförsämring kunde observeras. Det kom också protester från lärarhåll. Det var emellertid inte fråga om en katastrof om vi ser till resultatstatistiken⁵³.

Reaktionen från de ansvariga på SÖ var delvis att backa från reformen, vilket gjordes redan 1973 – det vill säga strax efter att Lgr 69 trätt i kraft i alla årskurser. SÖ framhöll att de pedagogiska principerna kopplade till mängdläran mer var av frivillig karaktär. Vissa delar av kursplanens innehåll togs också bort, till exempel delarna om trigonometri och vektorer. Därtill gav SÖ, år 1973, ut ett komplement till kursplanen (Basfärdigheter i matematik) där en minimumkurs beskrevs och vars fokus låg på aritmetik och räknefärdigheter. Detta innehåll skulle alla elever tillägna sig, även de lågpresterande, men flertalet elever skulle komma längre än så. Komplementet gav alltså en tydlig riktning för undervisningen av de elever som hade svårt för matematik. Komplementet tonade även ned mängdlärans betydelse⁵⁴.

Förlagen reagerade snabbt och redan 1975 dök de första mer traditionella läroböckerna upp på marknaden, framför allt läroböcker för årskurs 7 till 9. Men läromedel baserade på Nya Matematiken fanns dock kvar⁵⁵.

Vilken effekt den Nya Matematiken och kursplanen till Lgr 69 hade på kunskapsresultaten i ett längre perspektiv är det svårt att dra några slutsatser om. IEA:s andra internationella mätning i matematik (Second International Mathematics Study, SIMS) gjordes 1980. Det genomsnittliga svenska resultatet i årskurs 7 var på något sämre nivå än den första mätningen 1964, vilket i internationell jämförelse var en låg nivå⁵⁶. Inom de olika delområdena skedde dock förändringar: resultaten i algebra blev något bättre

48 Källa: Prytz (2015), s. 316.

49 Prytz (2015), s. 319–320.

50 Prytz (2018), s. 202.

51 Prytz (2018), s. 205.

52 Prytz (2017), s. 61.

53 Prytz (2018), s. 206–208.

54 Prytz (2018), s. 203–205.

55 Prytz (2018), s. 205–206.

56 Skolverket (2009), s. 66–67. De internationellt sett låga svenska resultatet förklaras till viss del av att svenska elever, i likhet med 1964 års test, hade gått ett år mindre i skolan än många av de andra länderna. Men även statistisk behandling som kompenserar för färre skolår, så kvarstår ett lågt svenskt resultat i SIMS1980.

och resultaten i aritmetik blev något sämre⁵⁷. Det senare liknar alltså de nationella prov- och testresultat som kom strax efter att Lgr 69 trätt i kraft. Att det fanns skillnader mellan delämnena i hur resultaten utvecklades kan tyda på att kursplanens design bidrog till skillnaden; mer allmänna förhållanden som kan påverka undervisning och lärande kan ju betraktas som lika mellan delämnena. I detta fall är det svårt att dra sådana slutsatser eftersom kursplanen, det extra kommentarmaterialet, lärarfortbildningen och SÖ:s övriga direktiv sa olika saker angående pedagogiska principer och vad undervisningen skulle fokusera på. Ovanpå det gav förlagen ut olika typer av läromedel baserade på de olika direktiven.

Ett skäl till att denna motsägelsefulla situation uppstod är förmodligen ett skifte i synen på hur skolan skulle styras. Som tidigare nämnts hade expansionen av skolsystemet under 1900-talet hanterats med en alltmer centraliserad styrning. Utvecklingsarbetet med den Nya Matematiken under 1960-talet kan ses som kulmen på den processen. Undervisningens innehåll, pedagogiska principer och läromedlens design skulle i betydligt större utsträckning än tidigare bestämmas centralt – denna gång via ett statligt drivet utvecklingsprojekt i kombination med kursplaner och läroboksgranskning. Under 1970-talet kom denna styrningsfilosofi att kritiseras, bland annat i statliga utredningar. Styrningen av skolan skulle istället bli mer decentraliserad. Att SÖ avstod från att driva viktiga delar av Nya Matematiken, även om de fanns kvar i vissa styrdokument, kan därför ses som en del i detta skifte. Likaså reformeringen av läroboksgranskningen; den fick mer karaktären av konsumentupplysning istället för att vara kontrollerande och godkännande. Därtill blev den blev frivillig i vissa ämnen, till exempel i matematik⁵⁸. Detta skifte i styrningsfilosofi kom i vissa avseenden att präglade matematikkursplanen i grundskolans tredje läroplan.

Lgr 80

År 1980 fick grundskolan sin tredje läroplan och då även en ny kursplan i matematik. Dessa kom att gälla fram till 1994. Denna period är intressant eftersom Sveriges resultat i internationella kunskapsmätningar i matematik förbättrades mycket under perioden; se Tabell 5.

TABELL 5. SVERIGES PRESTATIONER I SIMS 1980 OCH TIMSS 1995⁵⁹.

SVERIGE	GENERELLT	ARITMETIK	ALGEBRA	GEOMETRI	STATISTIK	MÄTNING	PROPORTIONALITET
1980, åk 7	44	43	34	40	60	52	-
1995, åk 6	47	51	35	43	64	47	36
1995, åk 7	56	62	44	48	70	56	44
1995, åk 8	62	68	54	56	76	61	50

Att det handlar om stora förbättringar syns inte minst då eleverna i årskurs 6 år 1995 presterade något bättre än eleverna i årskurs 7 år 1980; se tabell 5. Vi kan också se att resultaten i aritmetik förbättrats särskilt mycket. De goda resultaten gällde även gymnasieskolan. I det så kallade TIMSS Advanced, som gjordes 1995, presterade även de svenska gymnasieeleverna på naturvetenskaplig och teknisk linje goda resultat⁶⁰.

Utvecklingen i de internationella kunskapsmätningarna bekräftas också i nationella mätningar. Dels i en jämförelse av elevresultat mellan 1980 och 1985, dels i en jämförelse av elevresultat mellan 1989 och 1993. I jämförelsen mellan 1980 och 1985 fick cirka 8 000 elever i årskurs 6, år 1985, göra om ett urval om 42 uppgifter från SIMS 1980. Det genomsnittliga resulta-

57 Robitaille (1990), s. 402–403. Jämförelser mellan FIMS1964 och SIMS1980 bygger här på s.k. ankaruppgifter, d.v.s. identiska uppgifter som förekom i båda testen.

58 Prytz (2018), s. 192–196, 210

59 Källa: Pelgrum m.fl., 1986, s. 8; Beaton m.fl., 1996, s. 41–42, Appendix D (Tabell D.2). Tabell 5 bygger på samtliga uppgifter från respektive test. Att jämföra resultaten från SIMS1980 och TIMSS1995 är dock problematiskt, bl.a. då uppgiftskategorierna, t.ex. aritmetik och algebra, ändrades något mellan mätillfällena och antalet testuppgifter i respektive kategorier också ändrades. Majoros (2022) undersökningar, baserade på olika länkningsmetoder och uppgifter som förekom i båda testen (s.k. ankaruppgifter), visar dock på klart förbättrade resultat från SIMS1980 till TIMSS1995, men inte lika mycket som i Tabell 5 (Majoros, 2022, s. 62–63).

60 Skolverket (2016), s. 37

tet på de aktuella uppgifterna var på samma nivå som de i SIMS 1980, det vill säga i årskurs 7⁶¹. Den stora förbättringen i tabell 5 tycks alltså ha hänt långt innan 1995. I jämförelsen mellan 1989 och 1993 användes resultaten på 17 uppgifter som använts i nationella standardprov i årskurs 9 båda åren. Förutom att visa på en generell förbättring kan samma resultatprofil som i TIMSS 1995 urskiljas vid båda mättillfällena, det vill säga klart bättre resultat i aritmetik än i algebra och geometri⁶².

1980 års kursplan i matematik var till stor del en reaktion mot den Nya Matematiken. Alla kopplingar till mängdläran försvann⁶³. Istället betonades matematikens vardagsnytta⁶⁴. Räknefärdigheter blev också viktigare, medan begreppsförståelse hamnade mer i bakgrunden⁶⁵. Vissa saker kom dock att behållas. Skolmatematiken fortsatte vara ett brett ämne med flera delämnen: aritmetik, geometri, algebra och statistik; se tabell 6. En del av delämnena i Lgr 69 slogs dock samman till exempelvis ”Grundläggande aritmetik”. Och matematiken fortsatte att vara ett brett ämne från tidiga årskurser.

TABELL 6: OMRÅDEN I GRUNDSKOLANS KURSPLAN I MATEMATIK, LGR 80. ÅRSKURSER INOM PARENTES⁶⁶.

LGR 80	
Problemlösning (1–9)	Geometri (1–9)
Grundläggande aritmetik (1–9)	Algebra och funktionslära (1–9)
Reella tal (1–9)	Beskrivande statistik och sannolikhetslära (1–9)
Procent (4–9)	Datalära (7–9)
Mätningar och enheter (1–9)	

En nyhet var delämnet problemlösning, som blev ett slags övergripande delämne som skulle vara en del av de andra delämnena. I samband med problemlösning skulle eleverna lära sig förstå problem, ta ställning till

lösningens rimlighet samt analysera, värdera och dra slutsatser om resultatet⁶⁷.

I likhet med kursplanerna för de andra skolämnena kan decentraliseringstrenden skönjas i designen av kursplanen i matematik. I de tidigare kursplanerna angavs för varje årskurs vad undervisningen skulle handla om⁶⁸. I Lgr 80 angavs istället stadiewis (åk 1–3, 4–6 och 7–9) vad undervisningen skulle handla om. Det lämnades till lärarna, men också läroboksproducenterna, att bestämma ordning och omfattning. Således anges i tabell 6 inom parentes de årskurser när ett delämne kunde förekomma.

Emellertid tycks inte författarna av matematikkursplanen och tillhörande kommentarmaterial ha varit helt trogna idéerna om decentralisering. De tog med tydliga och mer detaljerade beskrivningar av vad undervisningen skulle handla om, i vilken omfattning och i vilken ordning. Detta gjordes främst inom området aritmetik. Till exempel uttrycktes för varje årskursspann 1–3, 4–6 och 7–9 vilka typer av tal eleverna skulle möta, vilka tabeller för de fyra räknesätten eleverna skulle kunna och hur stora talen skulle vara när eleverna skulle träna de fyra räknesätten och tillhörande algoritmer. Angående sekvensering angavs till exempel att multiplikationsalgoritmen skulle tränas med minsta faktorn ensiffrig tidigt i årskurs 4–6; först något senare skulle båda faktorerna vara tvåsiffriga. I kommentarmaterialet utvecklades detta med principer för hur innehållet skulle sekvenseras och hur undervisningen skulle fortgå; detta tillsammans med konkreta exempel. Undervisningen skulle starta med vardagsproblem och konkreta situationer. Eleverna behövde också få systematisk träning av räknefärdigheter, med fokus på säkerhet och hastighet. Och eleverna skulle inte tillåtas börja med ett nytt område utan att ha visat sitt kunnande inom det område hen befann sig⁶⁹.

61 [Ds U 1986:5], s. 90–95
 62 Westin (1999), s. 38–44.
 63 Prytz (2018), s. 203.
 64 Prytz (2020), s. 12, 14–15.
 65 Prytz (2015), s. 320.
 66 Källa: Prytz (2015), s. 320.
 67 Prytz (2015), s. 322.
 68 Prytz (2015), s. 312–313.
 69 Prytz (2020), s. 15–19.

Denna typ av tydlighet och detaljrikedom fanns inte i kursplanens och kommentarmaterialets avsnitt om till exempel algebra. Algebra hade dock en tydlig plats i kursplanen som eget delämne som lärarna skulle undervisa om⁷⁰. Denna typ av tydlighet och detaljrikedom fanns inte heller i matematikkursplanen i den föregående läroplanen (Lgr 69).

Denna skillnad i tydlighet och detaljrikedom mellan aritmetik och de andra delämnena i 1980 års matematikkursplan är viktig. Jämförs å ena sidan skillnaderna i tydlighet och detaljrikedom i matematikkursplanens olika delar och å andra sidan resultatutvecklingen i tabell 5, så kan vissa slutsatser dras. Det matematiska område i Lgr 80 som hade tydlig och detaljrik sekvensering (aritmetik), kan associeras med mycket förbättrade resultat mellan 1980 och 1995. Området med klart mindre tydlig och detaljrik sekvensering (algebra) kan associeras med mindre förbättrade resultat mellan 1980 och 1995. Dessa förhållanden medger en slutsats om orsakssamband: tydlig och detaljrik sekvensering av ett delområde (aritmetik) i kursplanen och kommentarmaterialet bidrog till en betydligt större resultatförbättring inom just det delområdet⁷¹. Notera att mer allmänna faktorer som kan ha påverkat elevernas prestationer i matematik svårliken kan förklara skillnaden i resultatutveckling mellan de två delområdena. Detta eftersom varje elev hade blivit undervisad av samma lärare i båda delområdena och under samma mer allmänna förutsättningar om vi ser till klasskamrater, klasstorlek, skolans ekonomi, pedagogiska trender med mera.

Slutsatsen om att det förelåg ett orsakssamband stärks av en analys av ett stort urval populära läroboksserier i matematik från perioden 1980–1995.

Innehållet i dessa läroböcker förändrades på ett sätt som förefaller logiskt i relation till både styrdokument och elevresultat⁷². Att läroböckerna var populära tyder på att de användes i undervisningen. Jämförs kapitel och avsnitt om aritmetik och algebra för årskurs 4 till 9 kan följande övergripande skillnader och förändringar observeras under perioden 1980–1995⁷³:

- Aritmetiken tog större plats (antal sidor och uppgifter) och omfånget förändrades inte.
- Algebra tog mindre plats (antal sidor och uppgifter) och minskade över tid.
- Aritmetiken hade fler egna kapitel än algebra.
- Introduktionen av algebra gjordes i senare årskurser i senare publicerade läroböcker.
- Över tid fick algebra färre egna kapitel och integrerades mer i andra kapitel, det vill säga gick från huvudsak till bisak.

Här anas ett orsakssamband mellan styrdokumentens beskaffenhet och läroböckernas innehåll: det som hade tydligt fokus i styrdokumentet behöll sin plats i läroböckerna, såväl till storlek, egna kapitel som årskurs; däremot tappade det som inte hade ett tydligt fokus i styrdokumentet plats. Dessa förändringar i läroböckerna förefaller sedan logiska i förhållande till resultatskillnaderna i tabell 5 vad gäller i aritmetik och algebra.

Emellertid tyder den allmänna förbättringen av resultaten i tabell 5 (resultaten förbättrades i princip alla delområden) på att även andra mer allmänna faktorer påverkade resultaten positivt. Det faktum att resultaten i internationella kunskapsmätningar i naturvetenskap och svenska i allmänhet var goda under perioden 1970–1995 pekar i samma riktning⁷⁴. Det kan dock

⁷⁰ Prytz (2020), s. 15–19

⁷¹ Prytz (2020), s. 24. Delområdena aritmetik och algebra i Lgr80 var inte helt överensstämmande med motsvarande områden i SIMS1980 och TIMSS1995, men skillnaderna var små, se Prytz (2020), Appendix A. Som tidigare nämnts i fotnoten till Tabell 5, så var områdena aritmetik och algebra i SIMS1980 och TIMSS1995 inte helt överlappande.

⁷² Prytz (2020), s. 25. Urvalet av populära läroböcker baseras på en databas med samtliga läroböcker i matematik från perioden 1930–2014. Som populära lärobok räknas läroböcker vars författare har publicerat ett större antal förstautgåvor av läroböcker i matematik, d.v.s. helt nya läroböcker. Antagandet är att förlagen i dessa fall har valt att anlita författare som nått framgång i sitt författarskap, d.v.s. fått en större publik. Denna metod urskiljer inte de mest populära läroböckerna, men de skiljer populära läroböcker från icke-populära, t.ex. läroböcker vars författare bara gav ut en lärobok och sedan ingen mer. Bakgrunden till denna inte så exakta metod är att försäljningssiffror inte är tillgängliga. Förlagen vill inte släppa historiska data.

⁷³ Prytz (2020), s. 22–24.

⁷⁴ Se forskningsöversikt (Skolverket, 2009, s. 60–76) för sammanställning av resultat i äldre internationella kunskapsmätningar i modersmål (svenska), naturvetenskap och matematik. Mer allmänna faktorer som påverkade resultaten positivt kan ha varit kopplade till skolan, t.ex. allmänna pedagogiska principer eller lärares arbetsmiljö, men också allmänna samhällsförhållanden, t.ex. att stat och kommun satsade stora resurser på skolan eller att den stora expansionen av universitetet hade gjorde föräldrarna mer välutbildade vilket kan ha påverkat elevernas generella kunskapsnivå. Kunskapsläget angående denna typ av orsakssamband är dock oklart. T.ex. Gustafsson & Blömeke (2018) för fram hypotesen att de goda resultaten i internationella kunskapsmätningar under perioden 1970–1995 berodde på en kombinerad effekt av olika åtgärder som vidtagits för att förbättra skolan.

inte uteslutas att förbättringarna inom aritmetiken medförde förbättringar inom de andra delområdena. Skolans algebra bygger till stor del på aritmetikens begrepp, regler och operationer; och geometrin innehåller en del beräkningar, i synnerhet de delar som handlar om omkrets, area och volym.

Eftersom det finns fakta som tyder på att en viss typ av design av kursplanen hade positiv effekt på elevernas lärande, bör det noteras att denna design förmodligen inte uppstod av en slump eller på ett lättvindigt sätt. Det var snarare ett resultat av ett flerårigt forsknings- och utvecklingsprojekt under 1970-talet som finansierades av SÖ. Namnet på projektet var Processanalyser av undervisning i Matematik/Psykologivistik, förkortat PUMP, och handlade om aritmetik i årskurs 1 till 6. Arbetet med projektet var förlagt till pedagogiska institutionen vid Göteborgs universitet och pågick mellan 1973 och 1977⁷⁵.

Det konkreta målet för PUMP var att utveckla ett diagnosmaterial i aritmetik för årskurs 1 till 6. Med hjälp av materialet skulle lärarna få kunskaper om vad eleverna kunde och få tydlig vägledning hur undervisningen för varje elev skulle utformas⁷⁶.

I samband med framtagandet av diagnosmaterialet gjordes flera forskningsstudier. Undervisningsprocessen kartlades noga med hjälp av ljudupptagningar av både lärare och elever i undervisningssituationen. Ljudupptagningarna låg till grund för analyser av vad lärare och elever kommunicerade, vilket innehåll eleverna mötte och vilka möjligheter till lärande som egentligen förelåg. Det gjordes även omfattande studier av läroböcker och rådande kursplan, vilket resulterade i tydlig kritik av såväl läroböcker som kursplan. Dessa ansågs vara felkonstruerade med avseende på hur begrepp och algoritmer introducerades och i vilken ordning elever fick möta nya

uppgifter; progressionen bedömdes i många fall vara alldeles för snabb⁷⁷.

En viktig del i arbetet med utvecklingen av diagnosmaterial och forskningsstudierna var att bestämma en för lärandet optimal sekvensering av de uppgifter som eleverna skulle möta i undervisningen. En grundläggande idé var att eleverna inte fick möta för många nya begrepp och operationer samtidigt. Den vetenskapliga grunden för detta arbete var George A. Millers teori om arbetsminnets kapacitet och dess betydelse för lärande⁷⁸.

När så den nya kursplanen till Lgr 80 och dess kommentarmaterial skulle författas var PUMP-personerna inblandade. I kommentarmaterialet fanns till och med en direkt referens till PUMP-rapporterna⁷⁹.

Att det fanns en tydlig sekvensering av aritmetiken i matematikkursplanen i Lgr 80 var alltså inte en slump och inte något som kommit till i en handvändning.

Emellertid kan de förändringar som följde på matematikkursplanen i Lgr 80 inte enbart tillskrivas kursplanens design. En studie av populära läroböcker utgivna under perioderna 1970–1973, 1977–1980 och 1984–1993 tyder på att läroböckerna utgivna redan under perioden 1977–1980 hade förändrats i enlighet med delar av PUMP-projektets kritik av läroböcker. Dessa förändringar tycks till stor del ha funnits kvar under den senare perioden⁸⁰. En orsak till denna tidiga förändring, innan Lgr 80, kan vara de fortbildningssatsningar som PUMP-personerna var inblandade i och deras goda kontakter med SÖ:s fortbildningsavdelning för matematik⁸¹.

Här bör också nämnas de fortbildningssatsningar som gjordes i spåren av de internationellt sett dåliga resultaten i SIMS 1980. Denna satsning ägde rum

75 Prytz m.fl. (2022), s. 244–245.

76 Prytz m.fl. (2022), s. 248.

77 Prytz m.fl. (2022), s. 248–253.

78 Prytz m.fl. (2022), s. 248.

79 Prytz m.fl. (2022), s. 245.

80 Prytz m.fl. (2022), s. 267–268.

81 Prytz m.fl. (2022), s. 276–278.

1986⁸². Om och på vilket vis den satsningen påverkade resultaten i TIMSS 1995 är oklart och har inte undersökts. Det är dock inte otroligt att den då gällande kursplanen med tillhörande kommentarmaterial påverkade fortbildningsatsningen.

Lpo 94

Den decentraliseringstrend som påbörjats på 1970-talet hade fått full kraft i början av 1990-talet. Beslutsfattande skulle fortsätta flyttas från centrala myndigheter till skolor och lärare⁸³. Exempelvis försvann all form av läroboksgranskning⁸⁴. Ett annat exempel är friskolereformen som innebar att även barn och föräldrar skulle få betydligt större inflytande över vilka skolor barnen skulle gå i⁸⁵.

En ny typ av styrprincip för skolan introducerades också: den renodlade målstyrningen. Staten skulle ange mål som sedan skolorna, som blev en helt kommunal verksamhet, skulle arbeta för att uppnå. Uppföljning och kontroll av måluppfyllelse skulle leda till förbättringar. Men även skolornas konkurrens om eleverna, som valde skola, antogs leda till förbättringar⁸⁶.

Designen av kursplanerna i 1994 års läroplan var en del i denna utveckling. Så även i ämnet matematik, där kursplanen bara innehöll formuleringar om ämnets syfte och mål angående vad eleverna skulle lära sig. Till skillnad från föregående kursplaner uttrycktes inga principer eller riktlinjer för hur undervisningen skulle bedrivas. Mål för årskurserna 5 och 9 formulerades. Som en del i decentraliseringssträvandena förväntades lärarna konstruera kursplanen för övriga årskurser⁸⁷.

Ser vi till matematikkursplanens innehåll, så fanns det både gammalt och nytt; se tabell 7. De delområ-

den som angavs påminner till stor del om delområdena i Lgr 80; se tabell 6. Stora skillnader var att statistik och sannolikhetslära blev två delämnena och att funktioner och sannolikhet senarelades till årskurs 6. Problemlösning upphörde att vara ett eget delämne.

TABELL 7: OMRÅDEN I GRUNDSKOLANS KURSPLAN I MATEMATIK, LPO 94. ÅRSKURSER INOM PARENTES⁸⁸.

LPO 94	
Aritmetik (1–9)	Algebra (1–9)
Geometri (1–9)	Funktioner (6–9)
Statistik (1–9)	Sannolikhet (6–9)

Det faktum att mål endast angavs för årskurserna 5 och 9 innebär att årskurserna inom parentes i tabell 7 anger då delämnena kunde förekomma i undervisningen. Designmässigt blev formuleringarna mer kortfattade, med färre detaljer vad gäller matematiska begrepp och operationer. Däremot tillkom fler beskrivningar av färdigheter och förmågor⁸⁹. Ytterligare en förändring var att möjligheten att välja mellan särskild kurs och allmän kurs i matematik togs bort i årskurs 7 till 9. Nu skulle alla elever följa samma kurs.

Med Lpo 94 fortsatte en designtrend med allt fler ord och formuleringar för färdigheter och förmågor. För att illustrera detta jämförs de delar i samtliga kursplaner som handlar om aritmetik (eller motsvarande delämnena) samt de allmänna delarna av kursplanerna; se tabell 8. Aritmetik är ju ett delämne som funnits i alla kursplaner.

82 Emanuelsson (2001), s. 29–40.

83 Skott (2015), s. 427–429.

84 Johnsson Harrie (2009), s. 13–14, 107–111.

85 Oftedal Telhaug (2006), s. 270

86 Oftedal Telhaug (2006), s. 261, 264, 268

87 Oftedal Telhaug (2006), s. 269.

88 Källa: Prytz (2015), s. 316.

89 Prytz (2015), s. 313.

TABELL 8. TRE TYPER (A, B OCH C) AV ORD OCH UTTRYCK FÖR FÖRMÅGOR I KURSPLANERNAS ALLMÄNNA DELAR OCH DELAR FÖR ARITMETIK⁹⁰.

LGR 62	LGR 69	LGR 80	LPO 94	LGR 11	LGR 22
A. GENERISKA ICKE-SPECIFIKA FÖRMÅGOR					
	förstå	förstå	förstå		
insikt	inblick		insikt		
förtrogenhet	förtrogenhet		förtrogenhet		
		behärska	kännedom		
B. GENERISKA KOGNITIVA FÖRMÅGOR					
		analysera		analysera	
		dra slutsatser	dra slutsatser		
		värdera	värdera	värdera	värdera
		jämföra	generalisera	följa resonemang	följa resonemang
		ta ställning	granska	föra resonemang	föra resonemang
		överväga	ställa upp matematiska modeller	rimlighetsbedömning	rimlighetsbedömning
			upptäcka	välja	välja
C. GENERISKA KOMMUNIKATIVA FÖRMÅGOR					
			argumentera	argumentera	
		diskutera		samtala om	samtala om
			formulera problem	formulera problem	formulera problem
uttrycka				uttrycka	uttrycka
redovisa			förklara	redogöra för	redogöra för
skriva				beskriva	beskriva
		tala		benämna	benämna
				ange	ange

90 Källa: Prytz (2015), s. 321–322. Uttrycken av typ A är generiska eftersom de är meningsfulla också i andra ämnen; de är icke-specifika då de inte anger en specifik handling. Uttrycken av typ B är generiska eftersom de är meningsfulla också i andra ämnen; de är specifika då de anger en kognitiv handling. Uttrycken av typ C är generiska eftersom de är meningsfulla också i andra ämnen; de är specifika då de anger en kognitiv handling. Typ C är en delkategori av typ B eftersom kommunikation i dessa fall förutsätter kognition. Den särskiljande principen mellan typ B och typ C är att kommunikativa förmågor syftar till dialog med en annan individ

De många uttrycken för generiska kognitiva förmågor i Lgr 80 förekom framför allt i avsnittet om det ämnesövergripande delämnet problemlösning. Där användes de för att beskriva en problemlösningssprocess. Motsvarande sammanlänkning av uttryck för förmågor fanns inte i Lpo 94.

Så när matematikkursplanen till Lpo 94 skulle implementeras, ställdes lärarna inför en komplex situation. De skulle formulera och konkretisera kursplaner för ett stort antal årskurser och utgå från en i stora delar ny begreppsapparat: färre uttryck och begrepp för det matematiska innehållet, och fler och delvis nya uttryck och begrepp för förmågor. Och detta var lärarnas uppgift. Något förberedande forsknings- och utvecklingsprojekt liknande PUMP eller Nya Matematiken gjordes inte⁹¹. Däremot publicerade då nybildade Nationellt Centrum för Matematikundervisning (NCM) år 1997 ett antal fortbildningsmaterial som bland annat förklarade och konkretiserade de nya färdigheterna och förmågorna. Skolverkets eget kommentarmaterial kom också 1997.

Detta sätt att formulera och implementera kursplanen förefaller ha fungerat mindre väl. En vetenskaplig studie av implementering av matematikkursplanen till Lpo 94 indikerar att lärarna hade svårt att förstå och konkretisera reformbudskapet, som handlade om färdigheter och förmågor⁹². Kursplanen fick också kritik för att vara otydlig och svår att förstå⁹³. I ett skolsystem tänkt att helt styras via mål, får detta betraktas som en problematisk situation.

Det var under perioden då Lpo 94 var i kraft (1994–2011) som de svenska resultaten i internationella kunskapsmätningar i matematik kraftigt försämrades; se diagram 2 och 3.

DIAGRAM 2: RESULTATUTVECKLING I PISA 2000–2018⁹⁴.

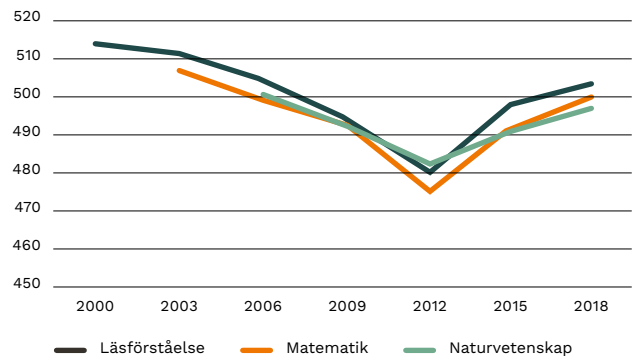
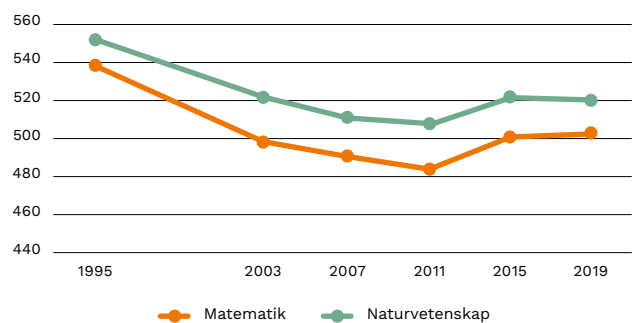


DIAGRAM 3: RESULTATUTVECKLING I TIMSS, 1995–2019⁹⁵.



Det är inte möjligt att förklara denna försämring, helt eller delvis, utifrån matematikkursplanens konstruktion och innehåll på liknande sätt som den stora förbättringen i aritmetik mellan 1980 och 1995 förklarades i föregående avsnitt om Lgr 80. Detta då motsvarande data om kursplanens design och läroböcker inte är tillgängliga.

Att se den allmänna resultatförsämringen i matematik som främst orsakad av implementeringen av en svårförstådd kursplan är också svårt. Som nämnts ovan, var det mycket annat i skolan som förändrades under perioden 1994–2011. Det faktum att resultaten försämrades även i andra ämnen (svenska och naturvetenskap) tyder på att mer allmänna faktorer

91 I Emanuelssons (2001, s. 41–42) översikt om fortbildningssatsningar i matematik (1965–2000) nämns endast utgivning av fortbildningsmaterial, men inte någon särskilt organiserad fortbildning.

92 Boesen m.fl. (2014), s. 85

93 Jahnke (2014), s. 147.

94 Källa: Skolverket <https://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning-och-utvarderingar/internationella-jamforande-studier-pa-utbildningsomradet/pisa-internationell-studie-om-15-aringars-kunskaper-i-matematik-naturvetenskap-och-lasforstaelse> (hämtad 2023-03-15)

95 Källa: Skolverket <https://www.skolverket.se/skolutveckling/forskning-och-utvarderingar/internationella-jamforande-studier-pa-utbildningsomradet/timss-internationell-studie-om-kunskaper-i-matematik-och-naturvetenskap-hos-elever-i-arskurs-4-och-8> (hämtad 2023-03-15)

påverkade. I en forskningsöversikt från Skolverket (2009) där förklaringar till försämringarna söks, lyfts en förklaring som handlar om att eleverna lämnades alltför ensamma i sitt lärande⁹⁶. Motivet var att individualisera undervisningen och då fick eleverna i större utsträckning arbeta i sin egen takt, vilket innebar mycket eget arbete i läroboken och mindre kontakt med läraren, hans förklaringar och mer utmanande uppgifter. Andra forskare har påpekat att invandring förklarar en ej obetydlig del av försämringarna mellan 2000 och 2012 i diagram 2⁹⁷. I debatten har också framförts att resultatförsämringarna berodde på att läroplanen vilade på en viss allmän kunskapssyn och vissa allmänna pedagogiska principer, som påverkade lärarna negativt. Sådana förklaringar är dock problematiska i fallet matematik. Som nämnts ovan hade lärarna svårt att förstå det avsedda reformbudskapet i Lpo 94:s matematikkursplan, vilket inte talar för att det avsedda reformbudskapet med tillhörande kunskapssyn och pedagogiska principer hade påverkan via läroplan och kursplan.

Lgr 11/22

Efter cirka 15 år med försämrade resultat i internationella kunskapsmätningar var det dags för en ny läroplansreform. För matematikkursplanens matematiska innehåll innebar det små förändringar Sannolikhetslära flyttades fram några årskurser och problemlösning blev återigen ett eget delområde; se tabell 9.

TABELL 9: OMRÅDEN I GRUNDSKOLANS KURSPLAN I MATEMATIK, LGR 11. ÅRSKURSER INOM PARENTES.

LGR 11	
Taluppfattning och tals användning (1–9)	Algebra (1–9)
Geometri (1–9)	Samband och förändringar (1–9)
Sannolikhet och statistik (1–9)	Problemlösning (1–9)

Formuleringarna om det matematiska innehållet blev något mer detaljrika, men inte på samma sätt som i Lgr 80 och Lgr 62. De stora förändringarna handlade om hur förmågorna beskrevs och här tog man fasta på kritiken om att den föregående kursplanen hade varit för otydlig. I tabell 8 kan vi se hur uttrycken för icke-specifika förmågor försvann och att antalet uttryck för specifika förmågor kopplade till kommunikation tydligt ökade. Det blev alltså fler precisa formuleringar om hur eleverna skulle föra resonemang och kommunicera, men utan tydligare eller precisare koppling till matematiken.

Frågan är hur precisa dessa formuleringar egentligen blev. Direktiven från Skolverket var att kursplanernas design skulle vara språkligt och begreppsmässigt likformiga, det vill säga att samma slags förmågeuttryck skulle användas i alla skolämnens kursplaner⁹⁸. I tidigare läroplaner hade idéer om språklig och begreppsmässig likformighet mellan kursplanerna inte varit vägledande. Därmed inte sagt att förmågeorden saknar meningsfull innebörd inom alla skolämnen, men de behöver inte betyda samma sak i olika ämnen och deras roll kan vara annorlunda; det som är enkelt i ett ämne kan vara svårt i ett annat⁹⁹. Denna omständighet kan bli särskilt problematisk i årskurs 1 till 6 där lärarna undervisar i flera ämnen och har studerat flera ämnen relativt kortvarigt i sin lärarutbildning.

Sannolikt fick många lärare i matematik hjälp med att tolka den nya kursplanen i fortbildningsprojektet Matematiklyftet som pågick mellan 2012 och 2016. Sammanlagt kom 76 procent av Sveriges lärare i matematik i grundskolan och gymnasieskolan att delta i projektet¹⁰⁰.

Bakgrunden till Matematiklyftet var de dåliga resultaten i PISA och TIMSS, vilket fick politikerna att agera. I de förberedande rapporterna identifierades också en orsak till de dåliga resultaten. Lärarna ledde i för

96 Skolverket (2009), s. 27–34.

97 Heller-Sahlgren (2015, s. 9) kommer bland annat fram till att i genomsnitt cirka 29 procent av försämringarna mellan 2000 och 2012 i diagram 2 kan förklaras av invandring.

98 Jahnke (2014), s. 146–148.

99 Jahnke (2014), s. 146.

100 Prytz (2021), s. 1041–1042.

liten utsträckning verksamheten i klassrummet, och eleverna lämnades i för stor utsträckning ensamma i sitt lärande tillsammans med ett läromedel. Det vara denna undervisningskultur som Matematiklyftet skulle förändra¹⁰¹.

Innehållsmässigt täckte Matematiklyftet för grundskolan hela kursplanen. Det fanns ett utbildningspaket för varje delämne i tabell 9. Till varje utbildningspaket och delämne fanns åtta så kallade moduler. Därtill fanns ytterligare områden med tillhörande utbildningspaket, exempelvis bedömning, digitalisering och språk i matematiken. Även dessa områden hade åtta moduler vardera. Fortbildningen bedrevs i skolorna under ett år och leddes av särskilt utbildade lärare från den deltagande skolan eller från en närliggande skola. Varje deltagande lärargrupp från en skola skulle följa två utbildningspaket med moduler; det utgick i alla fall statsbidrag för att lärarna skulle ha möjlighet att studera två paket. Så fortbildningen täckte i praktiken inte hela kursplanen. Alla paket med moduler täckte dock samma fyra teman: socio-matematiska normer, formativ bedömning, förmågor och interaktion. De två sista temana hade en tydlig koppling till kursplanens formuleringar om resonemang och kommunikation¹⁰². Således kom en mycket stor andel av lärarna i matematik i kontakt med fortbildningsmaterial som konkretiserade kursplanens formuleringar om resonemang och kommunikation.

Så även om kursplanen i matematik i sig kan anses vara otydlig, vilket den också har fått kritik för, har det funnits ett omfattande fortbildningsmaterial med tydlig anknytning till kursplanen. Och allt material har gjorts tillgängligt för alla lärare via Skolverkets hemsida.

Effekterna av Matematiklyftet har undersökts i flera studier¹⁰³. I korthet kan sägas att tydliga effekter på lärarnas undervisningspraktik har kunnat uppmätas. Vad gäller kunskapsresultaten har den uppmätta

positiva effekten i bästa fall varit liten och varierande.

Vi kan dock observera en förbättring av resultaten i TIMSS och PISA efter 2010; se diagram 2 och 3. I vissa avseenden är utvecklingen bättre än diagrammen visar. Ser vi bara till gruppen elever med minst en förälder född i Sverige, så är resultaten numera i nivå med toppländerna eller något under¹⁰⁴. Men det är en bra bit kvar till toppnotering i TIMSS 1995. Huruvida dessa förbättringar hänger samman med att kursplanen i Lgr 11 blev utförligare än den i Lpo 94 är inte heller lätt att dra någon slutsats om. De sammanfaller dock väl i tid. Här ska det också framhållas att tillförlitligheten i PISA- och TIMSS-mätningarna har minskat något på grund av oklar implementering av urvalsprinciper – ett tillförlitlighetsproblem som främst rör lågpresterande elever.

År 2022 kom så ytterligare en läroplansreform för grundskolan, men för matematikkursplanens del rör det sig om mycket små förändringar. Att så är fallet märks inte minst på att den trädde i kraft i alla årskurser samtidigt. Vid alla andra läroplansreformer har det gjorts en stegvis treårig implementering. De elever som hade påbörjat låg-, mellan- och högsta-diet med en läroplan, fick gå klart det stadiet med den läroplanen.

101 Prytz (2021), s. 1042.

102 Prytz (2021), s. 1042.

103 Grönqvist m.fl. (2021), Lindvall (2017), Lindvall m.fl. (2018), Lindvall m.fl. (2022), Ramböl (2016) och Österholm m.fl. (2016)

104 Heller-Sahlgren (2022), s. 7–20. Resultatskillnaden mellan elever med minst en förälder född i Sverige och elever med ingen förälder född i Sverige är synlig i många PISA-rapporter. Samma typ av skillnad kan observeras i flertalet länder. I Sverige är denna skillnad särskilt stor.

Avslutande diskussion

Ser vi till uppdraget att bedriva massutbildning i matematik för årskurserna 1 till 9 under perioden 1900 till 2023, så erbjuder ovanstående avsnitt få exempel på när det fungerat mycket väl i termer av goda kunskapsresultat. Det finns desto fler exempel på när kunskapsresultaten inte varit bra. Det har med andra ord inte varit lätt att utveckla matematikundervisningen i takt med att skolsystemet har expanderat med fler elever i skolan under allt längre tid eller då samhället har förändrats. Därmed är det också svårt att hävda att just kursplanerna skulle ha bidragit till en positiv utveckling.

Ett tydligt undantag är perioden 1980 till 1995. Det är en av få perioder där en tydligt positiv resultatutveckling kan observeras. I detta fall handlar det om resultatförbättringar i internationella och nationella kunskapsmätningar. Och som redogjorts för ovan i avsnittet om Lgr 80, finns flera empiriska belägg för att det var kursplanens design som bidrog till den positiva utvecklingen. Det var en design som kännetecknades av tydlighet och detaljer angående vad och i vilken ordning elever skulle lära sig. Detaljrikiheten och tydligheten uppnåddes genom att använda matematiska termer och begrepp. Det står dock klart att det fanns andra faktorer som bidrog till den positiva resultatutvecklingen.

Sedan 1994 har vi dock haft en annan typ av kursplannedesign. Kunskapsinnehållet har i betydligt större utsträckning än tidigare beskrivits med generiska uttryck för förmågor. I Lpo 94 var formuleringarna om dessa färdigheter och förmågor allmänt hållna; det var den i särklass kortaste kursplanen i matematik någonsin. I kursplanen till Lgr 11 blev beskrivningarna av förmågor mer detaljerade, och endast mindre förändringar har gjorts till kursplanen i Lgr 22.

Huruvida den nya typen av kursplannedesign som introducerades med Lpo 94 bidrog till den mycket kraftiga resultatnedgången i internationella kunskapsmätningar efter 1995 är svårt att dra några säkra slutsatser om, inte minst eftersom resultaten förändrades i andra ämnen och det gjordes flera reformer under samma period. Ovanpå det genomgick Sverige en ekonomisk kris, vilket innebar kraftiga besparingar inom skolan. Det finns dock en studie som indikerar att lärarna i matematik hade svårt att förstå kursplanen till Lpo 94¹⁰⁵. Således är det då med sjunkande resultat svårt att hävda att just den kursplanen bidrog till bättre resultat.

Efter 2010 förbättrades dock resultaten i de internationella kunskapsmätningarna (PISA och TIMSS). Det tyder på att lärarna kan bedriva bra undervisning med en kursplan där förmågor tar stor plats i innehållsbeskrivningarna. Det ska emellertid noteras att staten samtidigt satsade stora summor på lärarfortbildning med tillhörande fortbildningsmaterial.

Nästa matematikkursplans innehåll och design bestäms av många faktorer. Vill man lära sig av historien för att förbättra kunskapsresultaten ännu mer så framstår den design som användes till kursplanen i Lgr 80 som intressant. Det vill säga tydlighet och detaljer angående vad, i vilken omfattning och i vilken ordning elever ska lära sig vissa kunskaper och att detaljrikiheten och tydligheten erhålls genom att använda matematiska termer och begrepp. Därmed inte sagt att samma innehåll ska väljas. Att i likhet med Lgr 80 lägga mycket fokus på räknefärdigheter förefaller inte självklart med tanke på det beräkningsstöd som idag finns tillgängligt på ett helt annat vis än på 1980-talet.

105 Boesen m.fl. (2014), se avsnitt om Lpo94 ovan.

Att i någon utsträckning behålla formuleringar om andra färdigheter och förmågor förefaller däremot rimligt. Det går uppenbarligen att nå resultatförbättringar med den typen av innehåll och formuleringar (jämför tiden efter 2010) och det är troligt att lärare och läroboksförfattare har vant sig vid den typen av formuleringar om förmågor eftersom de funnits i snart 30 år. En annan sak vi kan lära av historien är nämligen att radikala förändringar av designen av kursplanerna och sättet att beskriva kunskaper (jämför med Lgr 69 och Lpo 94) inte tycks ha fallit väl ut i implementeringsfasen.

Vägen framåt skulle då vara en kombination av Lgr 80 och Lgr 22 där formuleringar om förmågor blir färre och kompletteras med exemplifierande och detaljrika formuleringar med matematiska uttryck och begrepp. Och där en tydligare progression framgår: vad, i vilken omfattning och i vilken ordning elever ska lära sig kunskaper. Observera att detta är en tydlighet som handlar om att reglera undervisningens genomförande och inte så mycket om att ange tydliga mål för att mäta kunskaper. Tydliga och detaljrika formuleringar i en kursplan kan dock uppfattas som mer mätbara mål, men det är alltså inte den enda kvaliteten en tydligare kursplan kan ha. Notera också att mätbara mål inte var huvudsaken med Lgr 80:s kursplaner; betygen i årskurs 1 till 7 togs bort när Lgr 80 infördes och så även standardproven i årskurs 3 och 6.

Vi kan också lära oss av hur författandet av kursplanen till Lgr 80 föregicks av flera års utvecklingsarbete kring det som tycks ha varit en fruktbar komponent i kursplanedesignen. Observera att det är betydligt lättare att skriva om en kombination av Lgr 80 och Lgr 22 än att göra det i praktiken. Det här väcker frågor om hur forsknings- och utvecklingsarbete kring

kursplaners design initieras och finansieras och av vem. Är det som på 1970-talet den nationella skolmyndigheten som ska finansiera detta? Eller ska sådant forsknings- och utvecklingsarbete konkurrera med annan forskning om Vetenskapsrådets och Skolforskningsinstitutets anslag?

Därtill finns det anledning att titta på hur andra länder konstruerat sina kursplaner, i synnerhet delarna om algebra och geometri. Det är två områden där svensk skolmatematik haft svårigheter under stora delar av 1900-talet och även under 2000-talet. Här är det betydligt svårare att hitta goda exempel i de svenska matematikkursplanernas historia.

Referenslista

- Beaton, Albert E., Ina V.S. Mullis, Michael O. Martin, Eugino J. Gonzalez, Dana L. Kelly and Teresa A. Smith. (1996).** Mathematics Achievement in the Middle School Years. IEA's Third International Mathematics and Science Study (TIMSS). Chestnut Hill: TIMSS International Study Center, Boston College.
- Boesen, Jesper, Helenius, Ola, Bergqvist, Eve, Bergqvist, Tomas, Lithner, Johan, Palm, Torulf & Palmberg, Björn (2014).** Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 72–87.
- [Ds U 1986:5] Matematik i skolan: översyn av undervisningen i matematik inom skolväsendet. (1986).** Stockholm: Liber/Allmänna förl.
- Edgren, Henrik (2015). Folkskolan och grundskolan. I: Larsson, Esbjörn & Westberg, Johannes (red.).** Utbildningshistoria: en introduktion. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur.
- Emanuelsson, Göran (2001). Svårt att lära - lätt att undervisa? om kompetensutvecklingsinsatser för lärare i matematik 1965–2000.** Göteborg: Nationellt centrum för matematikutbildning, Göteborgs universitet
- Grönqvist, Erik; Rosenqvist, Olof & Öckert, Björn (2021).** Lyfter Matematiklyftet matematik-kunskaperna? IFAU – Institutet för arbetsmarknads- och utbildningspolitisk utvärdering.
- Gustafsson, Jan-Erik & Blömeke, Sigrid (2018)** Development of School Achievement in the Nordic Countries During Half a Century, *Scandinavian Journal of Educational Research*, 62(3), 386–406.
- Heller-Sahlgren, Gabriel (2015).** Invandringen och Sveriges resultatfall i Pisa. (Immigration and the Swedish decrease in average scores in Pisa), IFN Policy Paper, (71).
- Heller-Sahlgren, Gabriel (2022).** Kunskaps skolans återkomst [Elektronisk resurs]. Stiftelsen Fritt Näringsliv/Timbro
- Husén, Torsten (red.) (1967a).** International study of achievement in mathematics: a comparison of twelve countries. Vol. 1. Stockholm: Almqvist & Wiksell
- Husén, Torsten (red.) (1967b).** International study of achievement in mathematics: a comparison of twelve countries. Vol. 2. Stockholm: Almqvist & Wiksell
- Jahnke, Anette (2014).** Insegel till dialog: skolans matematikutbildning: en studie i fyra praktiker. Diss. Bodø: Universitetet i Nordland, 2014. Bodø.
- Johansson, Bengt (1983).** Frits Wigforss – Utvärdering, standardprov och betyg. Nämnaren, nr. 4
- Johnsson Harrie, Anna (2009).** Staten och läromedlen: En studie av den svenska statliga förhandsgranskningen av läromedel 1938–1991 (PhD dissertation, Linköping University Electronic Press).
- Larsson, Esbjörn (2015).** Utbildning och social klass. I: Esbjörn Larsson och Johannes Westberg (red.). *Utbildningshistoria: en introduktion*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur.
- Larsson, Esbjörn & Prytz, Johan (2015).** Läroverk och gymnasieskola. I: Larsson, Esbjörn & Westberg, Johannes (red.). *Utbildningshistoria: en introduktion*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur.
- Lindvall, Jannika (2017).** Two large-scale professional development programs for mathematics teachers and their impact on student achievement. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 15(7), 1281–1301.
- Lindvall, Jannika; Helenius, Ola; Eriksson, Kimmo & Ryve, Andreas (2022).** Impact and design of a national-scale professional development program for mathematics teachers. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 66(5), 744–759.
- Lindvall, Jannika; Helenius, Ola & Wiberg, Marie (2018).** Critical features of professional development programs: Comparing content focus and impact of two large-scale programs. *Teaching and Teacher Education*, 70, 121–131.
- Lundahl, Christian (2019).** Betyg och bedömning. I: Larsson, Esbjörn & Westberg, Johannes (red.) *Utbildningshistoria: en introduktion*. Tredje upplagan Lund: Studentlitteratur
- Lövheim, Daniel (2006).** Att teckna framtiden: läroplansdebatter gällande naturvetenskap, matematik och teknik i svenska allmänna läroverk 1900–1965. Diss. Uppsala: Uppsala universitet, 2006.
- Majoros, Erika (2022).** Linking recent and older IEA studies on mathematics and science. Diss. Göteborg: Göteborgs universitet, 2022
- Marklund, Sixten (1984).** Skolan förr och nu: 50 år av utveckling. Stockholm: Liber Utbildningsförl.
- Oftedal Telhaug, Alfred; Asbjørn Mediås, Odd; & Aasen, Petter (2006).** The Nordic model in education: Education as part of the political system in the last 50 years. *Scandinavian journal of educational research*, 50(3), 245–283.

- Pelgrum, W. J., Th. Eggen and Tj.Plomp.** The Implemented and Attained Mathematics Curriculum: A Comparison of Eighteen Countries. Second International Mathematics Study. Contractor's Report. Enschede: Twente University of Technology, 1986.
- Phillips, Christopher J. (2015).** The new math: a political history. Chicago: The University of Chicago Press
- Prytz, Johan (2007).** Speaking of Geometry: a study of geometry textbooks and literature on geometry instruction for elementary and lower secondary levels in Sweden, 1905-1962, with a special focus on professional debates. Diss. Uppsala: Uppsala universitet, 2007
- Prytz, Johan (2015), Swedish mathematics curricula, 1850–2014.** An overview. I: Bjarnadóttir, Kristín; Furinghetti, Fulvia; Prytz, Johan; Schubring, Gert (Red.), "Dig where you stand" 3: Proceedings of the Third International Conference on the History of Mathematics Education, Uppsala universitet
- Prytz, Johan (2017).** Governance of Swedish school mathematics— where and how did it happen? A study of different modes of governance in Swedish school mathematics, 1910-1980. *Espacio, Tiempo y Educación*, 4(2), 43–72.
- Prytz, Johan (2018).** The New Math and school governance: An explanation of the decline of the New Math in Sweden. I: Furinghetti, Fulvia & Karp, Alexander. Researching the history of mathematics education: An international overview. Springer.
- Prytz, Johan (2020).** Framing for success: Governance of Swedish school mathematics, 1980–1995. *Nordic Journal of Educational History*, 7(1), 3–32.
- Prytz, Johan (2021).** When research met policy: A history of innovation and a complicated relationship in three Swedish development projects in mathematics education, 1960–2018. *ZDM–Mathematics Education*, 53(5), 1035-1046.
- Prytz, Johan; Ahl, Linda M. & Jankvist, Uffe T. (2022).** An Innovation's Path to Mathematics Textbooks: A Retrospective Analysis of the Successful Scaling of the Swedish PUMP Project. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, 2(2), 241–288.
- Prytz, Johan & Karlberg, Martin (2016).** Nordic School Mathematics revisited. On the introduction and functionality of New Math. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 21(1), 71–93.
- Prytz, Johan & Ringarp, Johanna (2019).** Local versus national history of education: The case of Swedish school governance, 1950–1990. I: McCulloch, Gary, Goodson, Ivor & González-Delgado, Mariano (Red.). *Transnational perspectives on curriculum history*. Routledge.
- Ramböl (2016).** Slututvärdering av matematiklyftet 2013–2016. Ramböl.
- Robitaille, David F. (1990).** Achievement comparisons between the first and second IEA studies of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 21(5), 395–414.
- Skolverket (2009).** Vad påverkar resultaten i svensk grundskola: kunskapsöversikt om betydelsen av olika faktorer. Stockholm: Skolverket.
- Skolverket (2016).** TIMSS Advanced 2015. Svenska gymnasieelevers kunskaper i avancerad matematik och fysik i ett internationellt perspektiv. Skolverket
- Skott, Pia (2015).** Utbildningspolitik och läroplanshistoria. I: Larsson, Esbjörn & Westberg, Johannes (red.). *Utbildningshistoria: en introduktion*. 2. uppl. Lund: Studentlitteratur.
- Statistiska centralbyrån (1974).** Elever i obligatoriska skolor 1847–1962: Pupils in compulsory schools in Sweden 1847–1962. Stockholm:
- Statistiska centralbyrån (1977).** Elever i icke-obligatoriska skolor 1864–1970: Pupils in secondary schools in Sweden 1864–1970. Stockholm: Statistiska centralbyrån.
- Sverige 1940 års skolutredning (1947).** 1940 års skolutrednings betänkannden och utredningar 9 Gymnasiet. Stockholm:
- Sverige 1957 års skolberedning (1960).** 1957 års skolberedning 3 Kursplaneundersökningar i matematik och modersmålet: empiriska studier över kursinnehållet i den grundläggande skolan. Diss. Stockholm: Högsk.
- Wallin, Harald & Grimlund, Hugo (red.) (1939).** 1933 års förnyade läroverksstadga: med förklaringar och hänvisningar: jämte timplaner och undervisningsplan m. m. rörande allmänna läroverken. 2. uppl. Stockholm: Sv. bokförl.
- Westin, Hans (1999).** Farväl standardprov: standardproven i matematik 1973–1997 för åk 9: jämförelse av resultat på uppgifter som återkommit genom åren. Stockholm: Lärarhögskolan, PRIM-gruppen.
- Österholm, Magnus; Bergqvist, Tomas; Liljekvist, Yvonne & van Bommel, Jorrryt (2016).** Utvärdering av Matematiklyftets resultat: slutrapport. Umeå University.

Appendix A

Statistik om grundläggande utbildning i världen, 1870–2010 (2017)

DIAGRAM A

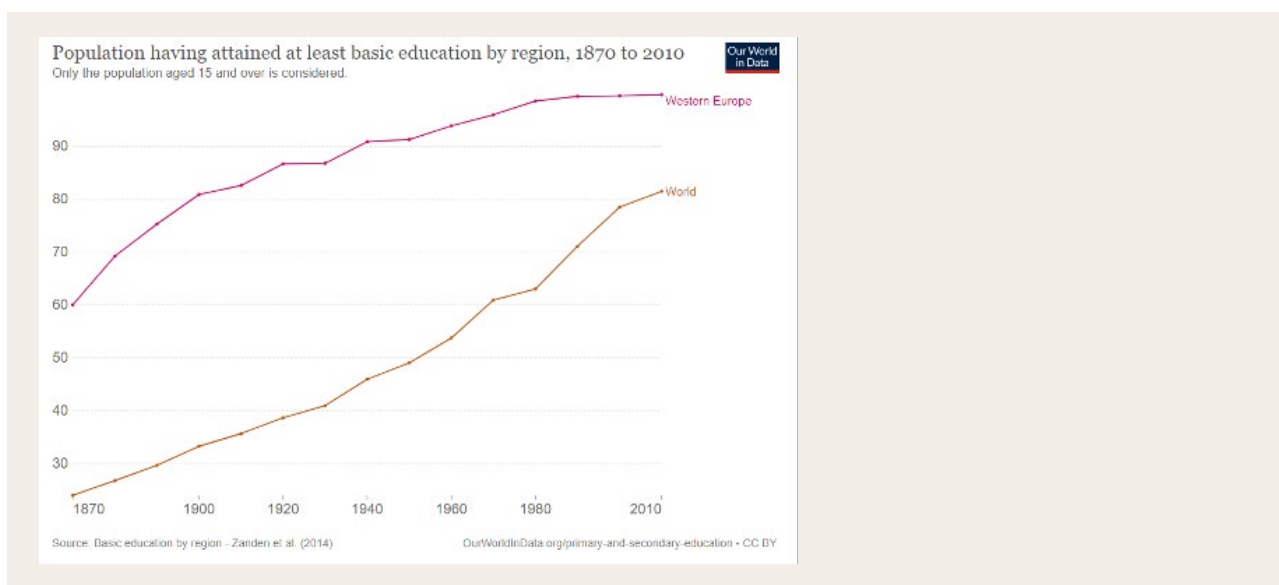
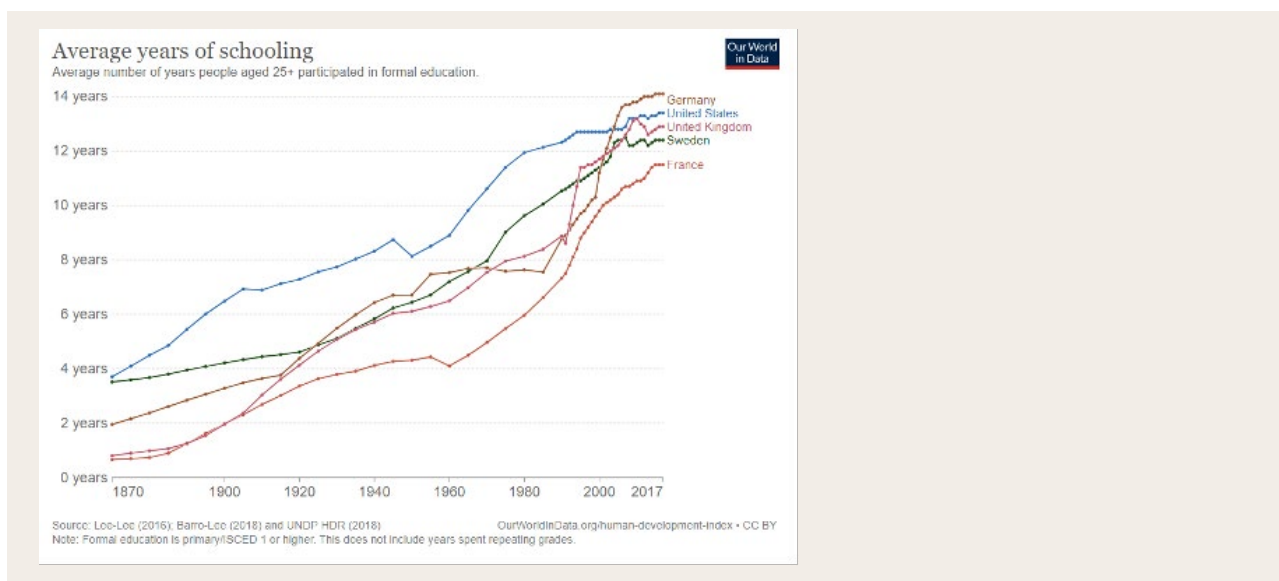


DIAGRAM B

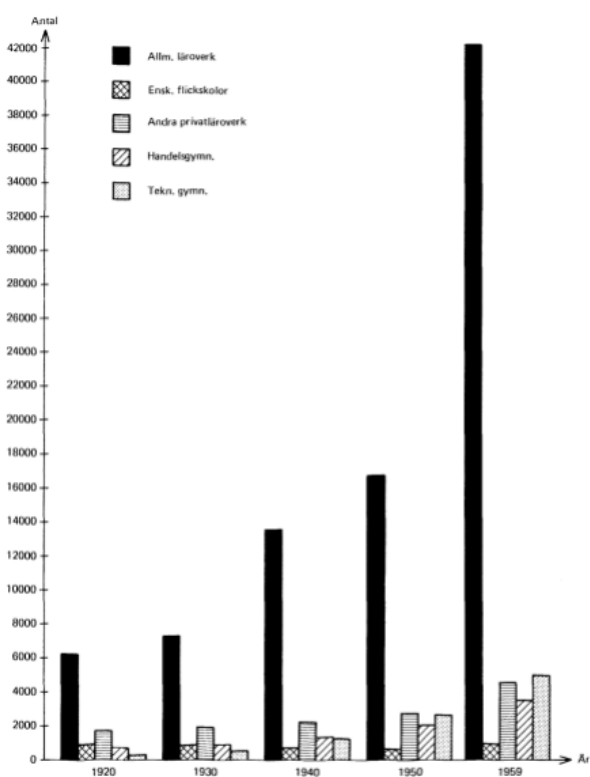


Endast ett urval av länder visas i diagrammet. USA har högst medelvärde av alla länder i världen innan år 2000.

Appendix B

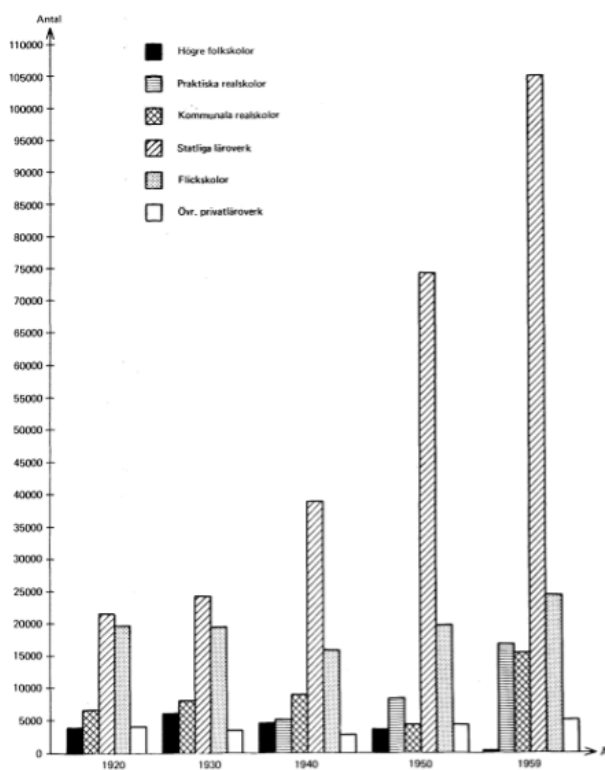
Statistik om skolformer 1920–1959 i Sverige

DIAGRAM A. ELEVER PÅ REALSKOLE- OCH FLICKSKOLESTADIERNA I OLIKA SKOLFORMER 1920–1959



Källa: Statistiska centralbyrån (1977), s. 177

DIAGRAM B. ELEVER PÅ GYMNASIESTADIET I OLIKA SKOLFORMER 1920–1959



Källa: Statistiska centralbyrån (1977), s. 184

Om författaren

Johan Prytz är docent i didaktik och doktor i matematik med inriktning matematikens historia och didaktik. Han har också en gymnasieläroexamen i matematik och historia. Han är anställd som lektor vid Uppsala universitet, Institutionen för pedagogik, didaktik och utbildningsstudier och är verksam i en forskargrupp i matematikdidaktik och en forskargrupp i utbildningshistoria. Under snart 20 år har Prytz forskat om matematikundervisningens historia. Forskningen har till stor del handlat om reformer av svensk skolmatematik under 1900-talet; hur de har initierats, förberetts och implementerats samt vilket genomslag de har haft.



Författare: Johan Prytz

Uppsala universitet

johan.prytz@edu.uu.se

Institutionen för pedagogik, didaktik och utbildningsstudier



**Näringslivets
skolforum**
SWEDISH ENTERPRISE SCHOOL FORUM