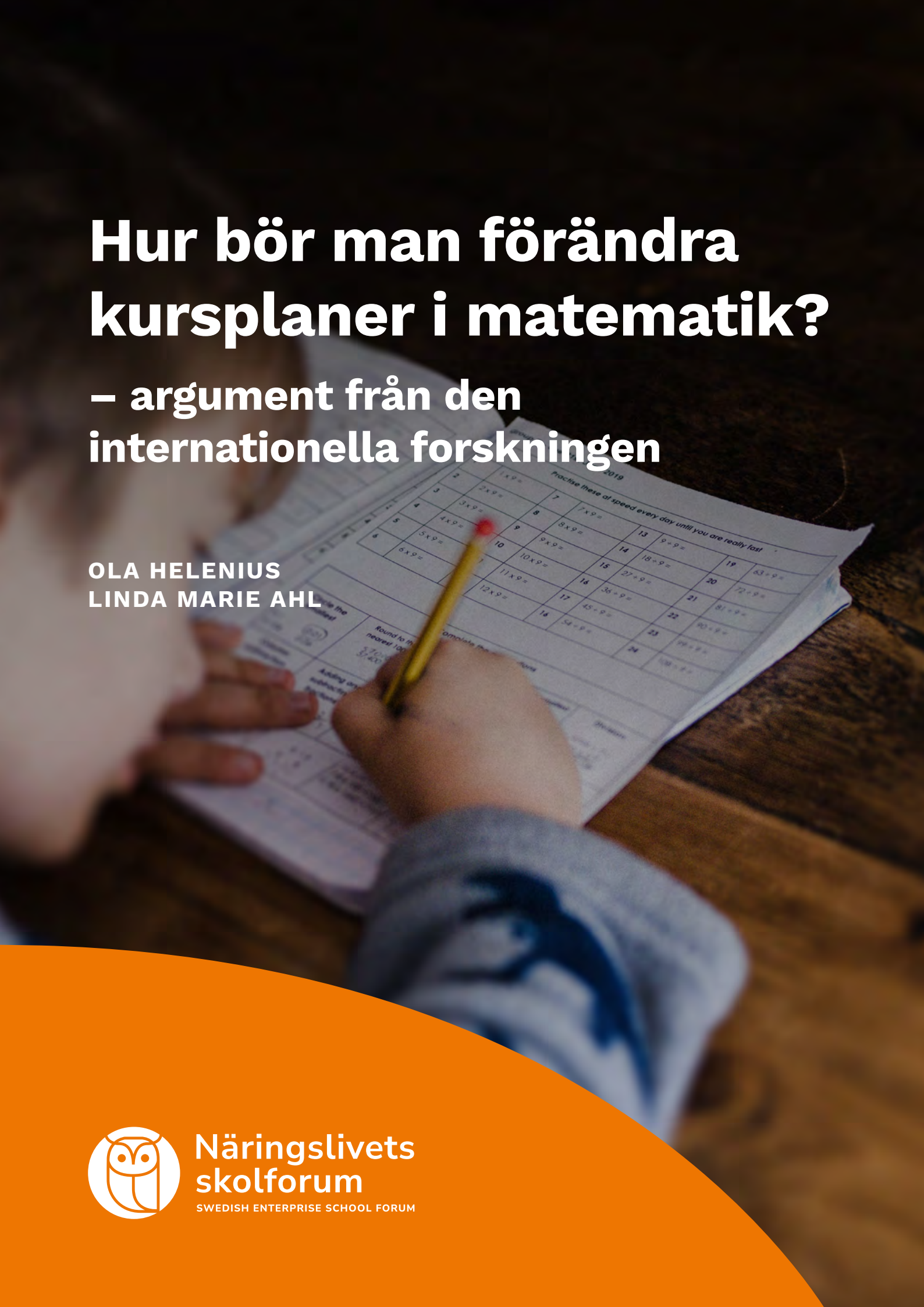
Hur bör man förändra kursplaner i matematik?

– argument från den internationella forskningen

OLA HELENIUS
LINDA MARIE AHL



Näringslivets skolforum
SWEDISH ENTERPRISE SCHOOL FORUM

Hur bör man förändra kursplaner i matematik?
Författare: Ola Helenius och Linda Marie Ahl
November 2023
Näringslivets skolforum, Stockholm
Foto omslag: Annie Spratt, Unsplash

Innehållsförteckning

Sammanfattning **5**

Förslag **5**

Inledning **6**

Arvet efter 1994 **7**

Denna rapport **8**

Hur bör man enligt forskningen implementera nya mål och metoder? **10**

Vilka mål ville man uppnå? **10**

Specifikt matematiskt innehåll 10

Matematisk kompetens 11

Specifika undervisningsmodeller 12

Reformorienterad undervisning och processmål 12

Kursplaner som innovationsbärare **14**

Effekterna av förändrade kursplaner i Sverige **17**

Vad får en kursplan formulerad på detta sätt för konsekvenser? **20**

Förslag **23**

Referenser **24**

Näringslivets skolforum är ett initiativ från Svenskt Näringsliv för att stärka Sveriges kompetensförsörjning och förbättra kunskapsresultaten i svensk skola. Syftet är att erbjuda en arena för ökad probleminsikt, förutsättningslös dialog, internationell utblick och erfarenhetsutbyte.

Sammanfattning

Läroplaner och kursplaner, särskilt kursplaner i matematik, är instrument för att påverka skolan. Regeringen har aviserat att de avser reformera skolans styrdokument (läroplaner, kursplaner och ämnesplaner) ”i enlighet med barns kognitiva utveckling” och med ”ökat fokus på inlärning, färdigheter samt fakta- och ämneskunskaper” (Tidöavtalet, 2022). Därför är det angeläget att diskutera både *vad* en ny kursplan bör innehålla och *hur* den ska utformas för att åstadkomma goda resultat.

En kursplan bygger på vissa idéer. De som konstruerar kursplanen vill att dessa idéer ska påverka undervisningen i skolan och så småningom vad eleverna lär sig. I denna rapport sammanfattas och analyseras *implementeringsforskning inom matematikområdet*, det vill säga forskning på projekt som har som mål att få lärare att behandla något visst matematiskt innehåll eller tillämpa någon viss pedagogisk metod respektive innovation i klassrummet. Vi jämför också resultaten med den svenska kursplanens konstruktion.

De viktigaste slutsatserna som dras är följande:

- Den internationella implementeringsforskningen inom matematikområdet visar att den typ av processmål (som till exempel matematiska förmågor) som har präglat svenska matematikkursplaner sedan 1994 är mycket svåra att implementera, oavsett om det görs via kursplaner, läromedel eller kompetensutveckling.

- Det vanligaste problemet är att lärares sätt att arbeta inte ändras i tillräckligt stor utsträckning för att åstadkomma den eftersträvade effekten. Den förklaring som oftast anges är att lärare inte i tillräckligt hög utsträckning ändrar sina värderingar för att matcha den tänka undervisningen.

- När målet med ett projekt är att eleverna ska bli bättre på ett visst matematiskt innehåll verkar implementeringen generellt vara mer problemfri och effekten större.

- Att fokusera på ett specifikt matematiskt innehåll med hjälp av processmål förefaller därför vara en mer framgångsrik strategi.

- Framgångsrika projekt kombinerar ofta kursplaner och läromedel, och ofta även kompetensutveckling.

Förslag

- När en ny kursplan ska tas fram bör det först konkretiseras i ett kommentarmaterial vad innehållet i kursplanen ska ha för syfte och progression och hur innehållet i kursplanen ska förstås. Ett sådant material kan ses som ett förarbete och bör skrivas så att lärare, läromedelsförfattare och andra berörda grupper kan använda materialet som ett stöd.

- En ny kursplan bör behålla de matematiska förmågorna som strukturerar nuvarande kursplan. Kursplanen bör dock – tillsammans med sitt kommentarmaterial – bli mycket mer konkret och tydligare beskriva hur förmågorna ska tolkas i relation till de olika centrala innehållen.

- Att göra en kursplan tydligare genom att i högre grad specificera det matematiska innehållet är, ur ett implementeringsperspektiv, både relativt enkelt och effektivt.

Inledning

I denna rapport kommer vi att diskutera kursplaner i matematik. Ett sätt att betrakta en kursplan är att se den som en deklaration om vad man vill att eleverna ska lära sig. Kursplanen är då en slags samhällelig norm för vilken matematik som är viktig och nödvändig att kunna.

När kursplaner är nya pratar man ofta om hur de ska implementeras. Intentionerna hos de som konstruerat kursplanen ska uppfattas av lärare och genomföras i form av undervisning som ska leda till lärande hos eleverna. Man pratar om att den avsedda kursplanen (*intended curriculum*) också blir en genomförd kursplan (*enacted curriculum*). Så blir det inte alltid. Det som man ville åstadkomma kanske inte blir så väl representerat i själva kursplanedokumentet. Lärarna kanske inte uppfattar kursplanens budskap. Och även om de uppfattar budskapet så kanske de ändå inte kan eller ens vill genomföra eftersträvade förändringar.

I vilken utsträckning kursplanemål får genomslag i undervisningen kan bero på hur kursplanens kunskapsmål formuleras. Jämför de båda uttryckta målen:

1. Mål A – *att kunna addera tvåsiffriga tal med en algoritm* (det vill säga en så kallad uppställning).

2. Mål B – *att förstå hur additionsalgoritmen fungerar*.

Det ena – mål A – handlar om ett praktiskt utövande av en matematisk procedur, medan mål B handlar om *förståelse*. Vad som ska stå i en kursplan handlar ofta om överväganden mellan dessa två typer av mål.

Till detta kommer att själva kursplanerna också lever i ett system av bland annat *läromedel*, *lärarkompetens* och tillgänglig eller önskvärd *lärarfortbildning*. En kursplan som inte på ett rimligt sätt relaterar till lärares kunskaper och värderingar har liten chans att få effekt. Det kommer då sannolikt krävas mycket fortbildning av ett avancerat slag för att uppnå de nya målen, samtidigt som det kommer att vara svårt för läromedelsförfattare att implementera de matematikkunskaper som specificeras i kursplanen. Den som vill införa nya kursplaner behöver därför förstå hur implementeringen påverkas av lärares befintliga kunskaper och värderingar, svårigheterna med att ändra lärares beteenden (även med storskalig kompetensutveckling) och vilka effekter läromedel har eller inte har på undervisningen. Detta gäller särskilt i ett system som Sveriges, där läromedlen utvecklas och införs på en fri marknad utan statlig läromedelskontroll.

Arvet efter 1994

Dagens kursplaner i matematik har på många sätt sina rötter i 1994 års kursplan för grundskolan. Den byggde på ett tämligen avancerat förändringsbudskap, ett budskap som även gällde motsvarande ämnesplaner för gymnasiet[1]. Vi kommer senare i rapporten att förklara detta budskap och på vilket sätt det är avancerat. I vilken utsträckning förändringsbudskapet nådde fram undersöktes femton år efter att kursplanen införts genom klassrumsstudier, enkäter och djupintervjuer av lärare (Boesen m.fl., 2014). Det något paradoxala resultatet var att lärare i allmänhet var positivt inställda till kursplanens budskap, samtidigt som få spår av detta budskap identifierades i själva undervisningen. Det visade sig också att lärare huvudsakligen inte kunde tolka budskapet i kursplanens skrivningar eller känna igen det i nationella provuppgifter.

Forskningen förklarar denna paradox med referens till psykologisk teori om reaktioner på förändringsbudskap. När budskapet är så avancerat att det kräver genuin förändring av hur lärare arbetar, behöver lärarna först inse att budskapet just innebär ett *förändringskrav*. Därefter behöver de bedöma om de har tillräckliga resurser i termer av tid, kollegialt stöd och befintlig kunskap för att våga ta sig an förändringen. Först därefter kan lärarna börja bearbeta budskapet och utveckla en undervisningspraktik i linje med budskapet och ta ställning till om detta är ett bra sätt att arbeta även för dem. Det är en lång och stressande process. Endast efter en sådan process kan det som avses i förändringsbudskapet bli en del av lärares professionella vardag (Gregoire, 2003).

Alternativet till denna utmanande process är att lärarna direkt när budskapet presenteras bedömer att de redan gör det som budskapet går ut på (en så kallad *godartad positiv värdering*). Med en sådan värdering kommer man alltså inte ändra sin undervisning. Däremot är det vanligt att börja benämna en del av det som de redan gör med termer och uttryck som förändringsbudskapet också använder. Man anammar därmed en ytlig idé om förändring utan att ändra sitt arbetssätt särskilt mycket. Det är ett sätt att i praktiken bli immun mot förändringsbudskapet (Gregoire, 2003). De forskare som runt år 2009 undersökte implementeringen av förändringsbudskapet i 1994 år kurs- och ämnesplaner drog slutsatsen att implementeringen huvudsakligen hade präglats av godartad positiv värdering och att kursplanerna inte hade fått genomslag när det gällde hur man undervisade i klassrummen (Bergqvist m.fl., 2010b, 2010a; Boesen m.fl., 2014).

När budskapet är så anvancerat att det kräver genuin förändring av hur lärare arbetar, behöver lärarna först inse att budskapet just innebär ett förändringskrav.

1 I denna rapport relaterar vi huvudsakligen till matematikkursplaner för grundskolan. Men nästan allt vi beskriver om svenska kursplaner gäller i samma grad kursplaner för grundskolan och gymnasiets ämnesplan. Vi kommer för enkelhets skull använda termen kursplan övergripande och kommer understundom då även inkludera gymnasiets ämnesplaner i begreppet.

Annan forskning tyder dock på att vissa typer av förändringar har lättare att få genomslag i klassrumspraktiken. Prytz (2023) har till exempel visat att det inom området *aritmetik*[2] i 1980 års kursplan fanns innovationer från matematikdidaktisk[3] forskning som fick genomslag både i läroböcker och på elevernas kunskapsutveckling. Aritmetiken blev i denna kursplan striktare reglerad, medan till exempel området *algebra*[4] inte blev reglerat i samma utsträckning.

Det striktare reglerandet av aritmetiken krävde egentligen ingen förändring av lärarnas befintliga praktik, utan förändringarna handlade i stor utsträckning om en mer noggrann sekvensering av aritmetikuppgifter. Det blev alltså tydligare för lärarna i vilken ordning de olika delarna av aritmetiken borde undervisas. Detta var sedan relativt enkelt att överföra till läromedlen, vilket i sin tur ledde till att många läromedelsförfattare tog med den ändrade ordningen i många för tiden populära läromedel.

Aritmetiken lyftes därmed fram i läromedlen på ett sätt som motsvarade kursplaneskrivningarna. Senare visade också eleverna ett förbättrat resultat i aritmetik i TIMSS[5] 1995 jämfört med en internationell undersökning 1980[6] (Prytz, 2023). Samtidigt tonades algebran ner något i 1980 års kursplan, vilket förefaller ha lett till att eleverna inte på ett motsvarande sätt förbättrade sina resultat i algebra.[7]

Det verkar alltså gå att få genomslag i klassrumspraktiken för vissa typer av förändringar i kursplanerna. Prytz med flera har analyserat orsakerna till att just denna förändring förstods och implementerades i klassrumspraktiken. Förklaringen tros vara just det faktum att lärarna inte behövde förändra sin undervisningspraktik. Det betyder att de inte behöver gå igenom den utmanande processen av insikt om förändringsbudskap, bedömning av befintliga resurser och utvärdering av de efterfrågade förändrade beteendena. Det förändrade innehållet och sekvenseringen av ökning i svårighetsgrad förmedlades av läromedlen. Så när processerna runt 1980 års kursplan detaljgranskas – speciellt när det gäller området aritmetik – synliggörs en symbios mellan läromedel och kursplan (Prytz m.fl., 2022).

Denna rapport

Det finns många perspektiv att ta hänsyn till när det gäller läro- och kursplaner, varav vissa är strikt politiska. I den här rapporten kommer vi dock att fokusera på ämnet matematik och försöka undvika politiska och ideologiska ståndpunkter. Utifrån den tidigare diskussionen kan vi dra slutsatsen att budskapen i kursplaner kan variera i sin karaktär och ha olika förutsättningar för genomförande. Vi kan också förstå att kursplaner lever i symbios med andra delar av skolsystemet, såsom läromedel och möjligheter till kompetensutveckling.

2 *Aritmetik* (från grekiskan *arithmetike*: räknekonst) är den del av matematiken som innefattar grundläggande egenskaper hos tal och räkning med de fyra räknesätten *addition, subtraktion*, *multiplikation* och *division*.

3 Matematikdidaktik är läran om undervisning och inlärning i matematik.

4 *Algebra* (från arabiskan*al-djebr*: koppling) är den gren inom matematiken som med hjälp av användning av symboler, ofta bokstäver, undersöker aritmetikens underliggande struktur. Skolans algebra innefattar huvudsakligen att kunna representera och använda aritmetikens lagar på symbolisk nivå, dvs med hjälp av bokstäver samt att hantera variabler, matematiska uttryck, likheter och ekvationer.

5 *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) är en internationell studie som undersöker kunskaper i och attityder till matematik och naturvetenskap hos ett urval elever i årskurs 4 och årskurs 8. Det organiseras av forskningsorganisationen IEA *(International Association for the Evaluation of Educational)* och genomförs vart fjärde år, senast 2019. Nästa Timss 2023 väntas presenteras först i december 2024.

6 SIMS, the Second International Mathematics Study.

7 Det bör dock poängteras att även algebrakunskaperna förbättrades något mellan 1980 och 1995, men att förändringen var liten.

I denna rapport har vi ingen ambition att föreslå vad som bör ingå i en ny kursplan, eller att på djupet analysera historiska eller internationella konsekvenser av olika kursplaner. Vårt fokus är i stället själva implementeringen av kursplanen, både som ett självständigt objekt och som en del av ett system. Vi kommer att undersöka vilka typer av mål eller budskap som har en större möjlighet att genomföras, samt vilka villkor som kan antas påverka genomförandet. Vi utgår från vår genomförda forskningsöversikt om implementering av matematikdidaktiska innovationer (Ahl, Helenius m.fl., 2023) och försöker svara på vilka typer av innovationer eller förändringsbudskap som man har försökt implementera och vilka olika resultat som har uppnåtts.

Rapporten är upplagd enligt följande:
Vi börjar med en beskrivning av relevanta delar av en systematisk litteraturöversikt över matematikdidaktisk implementeringsforskning. Därefter presenteras en historisk betraktelse över de svenska kursplanerna från 1994 och framåt, som sedan analyseras ur ett implementeringsperspektiv. Slutligen används denna analys tillsammans med den redovisade implementeringsforskningen för att ge vissa förslag om hur en framtida kursplanerevision bäst bör genomföras.

Vi kommer att undersöka vilka typer av mål eller budskap som har en större möjlighet att genomföras, samt vilka villkor som kan antas påverka genomförandet.

Hur bör man enligt forskningen implementera nya mål och metoder?

För att förstå hur matematikdidaktiska innovationer kan påverka den praktiska undervisningen har vi undersökt ett antal forskningsprojekt där man försöker förändra undervisningen i syfte att uppnå bättre resultat. Det följande materialet är alltså baserat på en systematisk litteraturöversikt där vi har granskat artiklar från de tjugo mest respekterade forskningstidskrifterna inom matematikdidaktik som beskriver implementeringen av forskningsresultat på området (Ahl, Helenius m.fl., 2023). Det finns flera skäl till att en sådan granskning kan ge värdefull information, inte minst för att se vilka andra typer av innovationsbärare som finns, hur de kan samverka med kursplaner och liknande dokument samt hur det påverkar implementeringen.

För att organisera materialet har vi försökt besvara ett par olika frågor. Den första handlar om målen som eftersträvades med implementeringen. Med andra ord: Vilka förbättringar eller förändringar ville man uppnå med kursplanen och dess implementering? Den andra frågan lyder: Hur skulle förändringarna huvudsakligen kunna kommuniceras till lärarna? Viktigast för oss är hur själva kursplanen används som innovationsbärare, men vi kommer också att diskutera läromedelsresurser och kompetensutveckling.

Vilka mål ville man uppnå?

Vi var främst intresserade av innovationer som grundades på forskningsresultat specifikt från forskningsfältet *matematikdidaktik* (hur just matematiken ska läras ut, snarare än innovationer som rörde generell undervisning). Det innebar att vi uteslöt innovationer inom områden som *formativ bedömning*, *kollaborativt lärande* och *undersökande experimenterande arbetssätt* (inquiry-based teaching). Vi hittade då data från 103 artiklar som uppfyllde kriterierna. Dessa kunde därefter delas in i fem olika kategorier utifrån vilka mål man ville uppnå med de implementerade innovationerna.

Specifikt matematiskt innehåll

Av de 103 artiklarna hade 27 som huvudmål att utveckla elevernas kunskaper inom specifika matematiska ämnen, såsom algebra eller geometri. Majoriteten av studierna fokuserade på att utvärdera elevernas prestationer, men andra kunde också beskriva undervisningsdesigner eller studera hur lärarna hanterade innovationen. Ett exempel är Hilton med fleras studie, där lärare till elever i åldrarna 8–10 år fick fortbildning liknande det svenska *Matematiklyftet*, förutom att den var fokuserad på ett specifikt matematiskt område, nämligen *proportionella resonemang* (Hilton m.fl., 2016). Proportionella resonemang var också ämnet för en annan studie genomförd av Howe och kollegor. I stället för att ge lärarna kunskap om proportionella resonemang genom fortbildning, skapade man en speciell undervisningssekvens baserad på tidigare forskning. Här använde man både forskning om proportionella

resonemang (det vill säga hur elever kan lära sig ett specifikt matematiskt innehåll) och forskning om undervisningsmodeller, för att konstruera undervisningen där eleverna initialt arbetade med konkreta material och gradvis avancerade till att förstå och använda matematiska symboler (Howe m.fl., 2011). I ett annat exempel rapporterat av Hoch med flera (Hoch m.fl., 2018) utvecklades ett digitalt undervisningsmaterial för 10–12-åringar inom området bråk, och i ett ytterligare exempel i en studie av Huang utvecklades ett undervisningsmaterial för området area och omkrets som lärare sedan använde med elever i åldrarna 11–13 år med gott resultat (Huang, 2017).

Dessa fyra exempel har det gemensamt att de utgår från forskning om vilka svårigheter elever ofta får inom ett visst matematiskt område, samtidigt som undervisningen också utgår från vilka sätt att förstå vissa matematiska begrepp som underlättar lärande. De skiljer sig dock åt när det gäller valet av bärare för att implementera innovationerna. I ett av fallen ovan används huvudsakligen fortbildning av lärare (Hilton m.fl., 2016). I två fall (Howe m.fl., 2011 och Hoch m fl., 2018) används läromedel samt läromedelsresurser: ett analogt och ett digitalt. I det fjärde fallet (Huang, 2017) var innovationsbäraren en specifikt utvecklad undervisningssekvens som i sin tur kommunicerades via ett undervisningsmaterial. Värt att notera är att ingen av studierna som fokuserade på ett specifikt matematiskt innehåll använde kursplanedesign som bärare av innovationen.

Det är också värt att tillägga att studier inom denna kategori oftast använder egna tester som syftar till att mäta elevernas utveckling inom det specifika område som studien fokuserar på. Detta är en rationell metod och gör det relativt enkelt att erhålla resultat, jämfört med att mäta resultaten med standardiserade tester eller genom internationella undersökningar som TIMSS eller PISA. Den största studien vi hittade inom denna kategori involverade 130 lärare och cirka 2 500 elever.[8]

Matematisk kompetens

Nästa kategori som vi identifierade består av tretton studier som fokuserade på att utveckla en eller flera specifika matematiska kompetenser hos eleverna. Kompetenser kan här likställas med begreppet ”förmågor” som finns i de svenska matematikkursplanerna. Exempel på sådana förmågor är *resonemangsförmåga*, *problemlösningsförmåga* eller *matematisk modelleringsförmåga*. Det är värt att notera att studierna inom denna kategori oftast är mindre till omfånget med färre deltagare och elever.[9]

Även inom området matematiska kompetenser finns det olika sätt att förmedla innovationen. I en av de större studierna, där upp till 800 lärare var involverade, handlade det om att utveckla kompetens i att använda det matematiska verktyget *Geogebra*. I det fallet användes lärarfortbildning som bärare av innovationen. Denna studie visade positiva resultat på lärarnivå, där lärarna blev mer bekväma med att använda den digitala teknologin. Eftersom det inte genomfördes någon utvärdering av elevernas kunskaper är det dock svårt att bedöma effekterna på elevnivå (Prodromou & Lavicza, 2017).

En annorlunda studie inom detta område undersökte hur man kan undervisa problemlösningskompetens hos elever i åldrarna 6–8 år. I detta fall användes en kontrollgruppsdesign

8 Överlag verkar forskare och utvecklare ha kunskap om hur man kan konstruera insatser inom specifika matematiska områden som faktiskt påverkar elevernas lärande. Dock finns det en brist på studier över storskaliga projekt. Vanligtvis finns det ett underliggande projekt som kan storskaligt och involvera ett eller flera skoldistrikt, men sedan genomförs undersökningar med ett mindre urval av lärare och elever.

9 Ofta är det underliggande implementeringsprojektet större, men det är svårt att fastställa exakt storlek baserat på de granskade artiklarna.

och man kunde visa att elever som fick den specifika undervisningsdesignen blev något bättre på problemlösning. Undervisningsdesignen kommunicerades genom en specifik undervisningssekvens, vilket innebar att den var relativt väldefinierad både vad gäller vad som skulle undervisas och hur det skulle genomföras. Vi fann också studier som försökte förmedla undervisning riktad mot att utveckla elevernas kompetenser med hjälp av läromedel, men ingen av dessa var utvärderade. Inom denna kategori fanns det inga studier som använde kursplaneliknande dokument som bärare av innovationen.

Specifika undervisningsmodeller

En tredje kategori av innovation är specifika undervisningsmodeller. Vi har redan sett exempel ovan på när en specifik undervisningsmodell användes i innehållsområdet *proportionella resonemang*. I det fallet såg vi på undervisningssekvensen som en bärare av en innovation som i grunden handlade om sätt att resonera proportionellt. Men det låg också en viss undervisningsmodell i bakgrunden som hade kunnat användas för att designa undervisning om något annat matematiskt innehåll.

Ibland är undervisningsmodeller det som står i förgrunden i implementeringsprojekt. Vi hittade 13 studier av detta slag. Men det är inte alltid enkelt att särskilja vad som är hönan och ägget i denna kategori. Det brittiska projektet *Cornerstone Math* är ett sådant fall. I grunden ser vi det som en undervisningsmodell som har som mål att öka användningen av elevernas kunskap och användning av digital matematisk teknologi. Specifika *undervisningssekvenser* (teaching units) har designats för olika årskurser och olika matematikinnehåll. För att hjälpa lärare att använda sekvenserna och för att skala upp användningen anordnas speciell lärarfortbildning. I den studie vi analyserat var fokus på linjära funktioner för elever i åldrarna 12–16, och det som utvärderades var lärarnas sätt att använda materialet i relation till deras didaktiska kunskaper om digital matematisk teknologi (Clark-Wilson & Hoyles, 2019).

Även i denna kategori fanns ett litet antal studier som använde läromedelsliknande material för att förmedla olika undervisningsmodeller, men ingen av dessa var utvärderade. Inga studier som använde kursplaneliknande dokument som innovationsbärare återfanns inom kategorin specifika undervisningsmodeller.

Reformorienterad undervisning och processmål

Nästa kategori är den största räknad i antal studier, men också den mest komplicerade att förklara. *Reformorienterad undervisning* låter som en innehållslös beskrivning, för det skulle kunna gälla vilken undervisningsreform som helst. Men i praktiken är det inom matematikdidaktiska kretsar vissa speciella undervisningsidéer som avses, och vi ska ägna lite plats åt att beskriva bakgrunden eftersom dessa idéer också har stor relevans för moderna svenska kursplaner. Det som kallas reformorienterad undervisning går ibland under benämningen *Standards*, eller *NCTM standards*. *National Council of Teachers in Mathematics* (NCTM) är en mycket inflytelserik amerikansk lärarorganisation. USA har ingen tradition av att ha nationella läro- eller kursplaner. Men NCTM började på 80-talet att ta fram en övergripande vision för hur de tyckte att matematiken skulle undervisas. Efter att ha publicerat ett antal delrapporter (NCTM, 1989, 1991, 1995) mellan 1989 och 1995 kom slutrapporten *Principles and Standards for School Mathematics* (PSSM) år 2000 (NCTM, 2000). PSSM är ett relativt komplicerat och omfattande dokument som innehåller övergripande principer och beskrivningar av idéer för vilket matematiskt innehåll som är viktigast, samt hur det bör undervisas. Men det som i högst grad definierar

Det är relativt vanligt att lärarna senare visar sig inte använda materialet som det var tänkt.

PSSM är ett fokus på de så kallade processmålen. PSSM anger att ett övergripande mål är att undervisningen ska fokusera på *hur* man arbetar med matematik. En sådan förskjutning är en del i en internationell trend som går ut på att fokusera på hur man arbetar matematiskt snarare än på själva matematikens innehåll.[10] NCTM beskriver sådana processer inom fem olika områden: *problemlösning, resonemang och bevis, kommunikation, samband* och *representationer*. Att lösa problem, resonera matematiskt eller kommunicera matematik är exempel på sådana processer som vi diskuterade i kategorin kompetenser ovan, men de studier som vi klassificerar i kategorin reformorienterad undervisning inriktar sig inte mot enskilda sådana kompetenser, utan snarare mot ett *generellt idéskifte* där dessa kompetenser är en del. Vi kommer framöver i denna rapport att referera till detta idékomplex som *processmål* eller som en *processmålsreform*[11].

Av våra totalt 103 studier återfinns hela 37 stycken i denna kategori. I 9 av dessa är den huvudsakliga innovationsbäraren lärarfortbildning. Ett exempel på ett sådant projekt är det svenska Matematiklyftet som i olika studier har visat sig ha ingen eller möjligen mycket liten effekt på elevernas matematikkunskaper.

I 15 av de 37 artiklarna används läromedelsliknande material som innovationsbärare. Det är speciellt i den amerikanska kontexten relativt vanligt att en stat eller ett skoldistrikt först antar en läroplansreform och att man därefter medvetet tar fram eller köper in läromedel som specifikt ska fungera som stöd för att implementera reformen. Det är relativt vanligt att lärarna senare visar sig inte använda materialet som det var tänkt. Ofta beskriver då forskarna att lärarna inte i tillräckligt hög grad har förändrat sina grundläggande föreställningar (*beliefs*) om vad som är bra matematikundervisning och att det är därför som inte implementeringen fungerar. Precis som när Boesen med flera studerade implementeringen av de svenska kursplanerna från 1994, antas det alltså här att själva karaktären på den undervisningsförändring som ska till kräver nya kunskaper och förändrade föreställningar.

Hela 17 av de 37 artiklarna i denna kategori studerar just lärares implementering av reformen. Syftet med studierna är att förstå varför lärare reagerar olika, ofta med hjälp av olika fallstudier. Ett typexempel är från Missouri, där 158 lärare i 24 olika skoldistrikt deltog i ett projekt med syfte att ändra undervisningen med hjälp av ett nytt läromedel designat i linje med NCTM standards (Manouchehri & Goodman, 2000). Artikeln beskriver två typfall av lärare, där båda lärarna initialt i ganska hög grad följer läromedlets upplägg, men där den ena i allt högre grad går tillbaka till sitt tidigare upplägg. Författarna beskriver hur den lärare som ändrade sin undervisning både var mer förändringsbenägen och nyfiken på att lära sig än den andra läraren, men också från början hade en undervisning

10 Se Boesen m. fl. (2014) för en översikt.
11 Vi klassificerar artiklar i denna kategori om de antingen explicit refererar till NCTM standards, eller beskriver ett liknande idékomplex av processmål.

Det har visat sig vara mycket svårt eller rent av omöjligt att med hjälp av kursplanereformer få genomslag för processmålsliknande idéer.

som var mer lik den reformorienterade undervisningen. I själva verket var läraren som inte ändrade sig också initialt väldigt positiv, men flera aspekter av den nya undervisningen skavde mot hennes existerande praktik. Till exempel fungerade inte det nya läromedlets mer problemlösningsorienterade uppgifter bra som läxuppgifter, vilket fick stora konsekvenser för lärarens relation till föräldrar.

Ett särskilt intressant fall kommer från Cypern. Här infördes en ny kursplan i linje med NCTM standards och det skapades även specifikt undervisningsmaterial. I en studie tätt inpå implementeringen fick forskarna positiva resultat och många lärare hade gått över till att undervisa med det nya materialet. Men vid en uppföljande studie några år senare visade det sig att många lärare i praktiken hade gått tillbaka till att använda gammalt material. Lärarna menade också att de inte hade fått tillräckliga resurser för att implementera reformen, till exempel i form av kompetensutveckling (Charalambous & Philippou, 2010; Christou m.fl., 2004).

Särskilt intressanta för svenskt hänseende är studier som beskriver när kursplanereformer eller motsvarande har använts för implementering av *generella reformidéer*. Bland de 37 artiklarna som behandlar implementering av generella reformidéer har 16 huvudsakligen använt kursplaner eller liknande som innovationsbärare, trots att det har visat sig vara mycket svårt eller rent av omöjligt att med hjälp av kursplanereformer få genomslag för processmålsliknande idéer. Ur ett forskningshänseende är det intressant att ingen av dessa artiklar diskuterar designaspekter av sådana kursplaner, eller diskuterar dem teoretiskt. I stället är det klart vanligast att studera lärares undervisning, och ofta konstatera att den inte följer kursplanens intentioner. Vi ska nu titta närmare på studier där kursplaner används som innovationsbärare.

Kursplaner som innovationsbärare

I 19 av våra totalt 103 studier används *kursplaner* som den huvudsakliga innovationsbäraren. 16 av dessa 19 studier berör just implementering av processmål, och dessa har vi tittat extra noga på (Ahl, Aguilar m.fl., 2023). De tre studier som inte adresserar processmål är dels en äldre studie som handlar om New Maths (D'Ambrosio, 1991) som genomfördes på 80-talet (alltså före reformrörelsen för processmål), dels två som behandlade speciella undervisningsmodeller (Handal & Bobis, 2004; Hu m.fl., 2014).

Av de 16 studier som undersökte effekten av läroplansreformer som bärare av en förändrad undervisning mot processmål beskrev 6 studier någon form av positiva effekter. Typiskt för dessa studier är att skälen för den lyckade implementeringen sällan sätts under lupp. Om målet med implementeringen är en positiv förändring och positiv förändring uppmätts, verkar intresset för att förklara framgången vara svagt (Cai, 2014; Clarke m.fl., 2004; Drijvers m.fl., 2019; Star & Hoffmann, 2005). De 2 av dessa 6 positiva studier som

faktiskt redovisar stödjande faktorer för lyckad implementering beskriver båda att de har en stabil personalstyrka som inte störs av hög personalomsättning, och att lärarna samtidigt var positiva till reformerna. Kursplanereformerna stöddes i dessa fall av insatser i form av kompetensutveckling och ändamålsenliga läromedelsresurser (Balfanz m.fl., 2006; Kramer & Keller, 2008).

I 10 av 16 studier uppmättes ingen effekt av implementeringen av processmål i kursplanerna. I dessa fall beskriver forskarna ganska utförligt olika hypoteser om varför positiva resultat uteblev. Förklaringsmodellerna kan delas in i fyra olika kategorier: *innovationen* (när forskarna menar att någon aspekt av själva förändringsbudskapet var problematisk), *användaren* (i vårt fall lärarna), *organisationen* (vanligen aspekter som har med undervisningsmiljön att göra) och *den externa miljön* (frågor om skolsystemet, kulturella faktorer och liknande) (Century & Cassata, 2016). Forskare nämner ofta faktorer från flera av dessa kategorier i sina förklaringsmodeller.

I 3 av dessa 10 studier används förklaringsmodeller som involverar själva innovationen. Ett intressant exempel för oss involverar ett resonemang om att själva kursplanereformen inte passade i lärarnas kontext, eftersom det kom att ställas alltför stora krav på lärarnas förmåga och tid att kunna hitta lämpligt undervisningsmaterial (Handal & Bobis, 2004).

I 8 av dessa 10 studier inkluderar förklaringsmodellerna faktorer som ligger hos lärarna. I några få fall berörs lärares *kunskap* och *erfarenhet*, men absolut vanligast är att ange förklaringar som har med olika attitydrelaterade aspekter att göra, såsom *uppfattningar*, *värderingar*, *motivation*, *självförtroende* och *viljan att prova nya metoder*. Resultaten målar en samstämmig, föga överraskande bild som stöder att kursplaneförändring inte sker oberoende av förändringar i lärarnas oro, synsätt och uppfattningar om matematikens natur och hur matematikundervisning ska bedrivas. Det betraktas helt enkelt som så svårt att undervisa i linje med en processmålsreform att det inte räcker med ändamålsenligt material och lämpliga kunskaper, utan man måste även – enligt forskarnas förklaringsmodeller – förändra sin grundläggande inställning till vad det betyder att lära sig och att kunna matematik (Burrill, 1997; Dolma m.fl., 2018; Handal & Bobis, 2004; Hu m.fl., 2014; Kramer & Keller, 2008; LaBerge & Sons, 1999; Stickles, 2011; Swars & Chestnutt, 2016; Zacharos m.fl., 2014). Värt att notera är att i de enskilda studierna beskrivs dessa affektiva egenskaper hos lärarna i allmänhet flyktigt, i stället för med definitioner av vad som egentligen omfattas av till exempel uppfattningar.

Organisatoriska faktorer som påverkar implementationen härstammar från beslut fattade av intressenter inom skolan, till exempel klasstorlek, resursfördelning, fysiskt utrymme, schemaläggning och organisatorisk struktur för lärarnas arbete. Dessutom påverkas implementeringsinsatser av olika administrativa beslut som påverkar organisationen. 6 av dessa 10 studier nämner sådana faktorer. Även i fall där lärarna tror på de förändrade idéerna kan organisatoriska faktorer förhindra en framgångsrik reformimplementering (Christou m.fl., 2004; Handal & Bobis, 2004; LaBerge & Sons, 1999; Stickles, 2011; Swars & Chestnutt, 2016). Implementering av en reform kan också misslyckas om det inte finns stödjande strukturer från skolan som ger lärarna möjligheter att förstå budskapet som kommer med innovationen. Lärarna behöver tid och stöd för att planera undervisningen tillsammans, innan reformen genomförs, och stöd under genomförandet (Gainsburg, 2012; Kramer & Keller, 2008). Skolan måste också tillhandahålla utrymme

för kompetensutveckling (Balfanz m.fl., 2006) och se till att det finns handledare eller andra ledare som får tillräckligt med stöd och utbildning (Balfanz m.fl., 2006; Kramer & Keller, 2008; LaBerge & Sons, 1999).

Exempel på externa faktorer som kan påverka innovationen inkluderar ekonomiska förhållanden, infrastruktur och förändrad politisk inriktning. Dessa faktorer kan vara konkreta, som till exempel faktorer som möjliggör eller hindrar handledare för fortbildning att nå ut till skolor. Andra externa faktorer kan vara politiska beslut som till exempel påverkar skolornas budget. Även referenser till en allmän undervisningskultur som motverkar reformidéerna finns i denna kategori (LaBerge & Sons, 1999; Zacharos m.fl., 2014). Det kan också handla om nationella eller andra slags prov som motverkar idéerna, att det inte finns tillräckligt med kompetensutvecklingstid avsatt (Drijvers m.fl., 2019; Engelbrecht & Harding, 2008; Kitchen, 2003; Swars & Chestnutt, 2016) eller att det är för stor personalomsättning (Balfanz m.fl., 2006; Kramer & Keller, 2008).

Lärarutbildningen kan också ses som en faktor från den externa miljön. Vid implementering av kursplaner som bär reformidéer om processmål är förväntningarna på nyutbildade lärare att deras utbildning har förberett dem för att bedriva reformerad undervisning. Graden av överensstämmelse mellan de metoder som undervisas i lärarutbildningen och de metoder som lärarna förväntas använda, är en faktor för utfallet av implementeringen av kursplaner med processmål (LaBerge & Sons, 1999).

Sammantaget fann vi att de mest framträdande faktorerna som påverkar utfallet av en implementering av en kursplanereform ligger inom användarsfären. Den vanligaste förklaringsmodellen för bristen på effekt av kursplanereformer är lärares oro, synsätt och uppfattningar om matematikens natur och hur undervisningen bör bedrivas. Det är dock problematiskt att de flesta studierna betonar *affektiva konstruktioner* (som till exempel lärares uppfattningar och övertygelser om vad matematik är eller hur man bäst lär sig) som den främsta påverkansfaktorn för utfallet. Dessa affektiva konstruktioner används och definieras dessutom olika i de olika studierna, vilket också gör det svårt att bygga vidare på resultaten i framtida studier om anpassningar av kursplaner.

Enligt de studier vi granskat är det alltså inte tillräckligt att lärarnas uppfattningar stämmer överens med de idéer som förmedlas av innovationen. För att kursplaneförändringar ska bli framgångsrika krävs även stöd från skolans organisation. För även om majoriteten av lärarna säger sig vara positiva till reformen, förändras inte lärarnas uppfattningar på det sätt som krävs för en verklig förändring i undervisningspraktiken – åtminstone inte utan omfattande organisatoriskt stöd.

Omvänt kan vi se att om innovationens karaktärsdrag inte anpassas – eller åtminstone är anpassningsbara till den kulturella kontexten och de uppfattningar om vad matematikundervisning är som präglar implementeringskontexten – är det osannolikt att förändring sker. Denna slutsats får stöd i Gregoires teoretiska förklaringsmodell *Cognitive-Affective Model of Conceptual Change* (Gregoire, 2003). Enligt denna modell sker förändring i lärarnas undervisningspraktik endast när reformbudskapet uppfattas som en utmaning snarare än ett hot. Detta beror på hur lärarna bedömer sina egna kognitiva och affektiva resurser, samt om de upplever tillräckligt med organisatoriskt stöd för att genomföra praktiken i linje med reformbudskapet.

Effekterna av förändrade kursplaner i Sverige

Den sammantagna bilden från dessa studier är alltså att det är svårt att använda kursplaner för att förändra undervisningen. Vi ska nu gå vidare och med hjälp av de ovan redovisade begreppen beskriva förändringarna i kursplanen som infördes 1994. Den har tydligt påverkat såväl 2011 års kursplan som den senaste uppdateringen från 2022 (som inte skiljer sig så mycket från Lgr 11).

Som Prytz har beskrivit var 1994 års läroplan för grundskolan en del av en allmän decentraliseringstrend som vid den tiden präglade hela omvandlingen av skolsystemet (Prytz, 2023). För skolsystemets del involverade denna omvandling kommunaliseringen av skolan, nedläggningen av *Skolöverstyrelsen* och tillkomsten av *Skolverket.*[12] Samtidigt fanns internationella trender inom matematikundervisningsvärlden som också påverkade matematikkursplanens inriktning. USA har, som vi nämnde i inledningen, än idag ingen nationell kursplan. Men det amerikanska dokumentet *Principles and Standards for School Mathematics*, som publicerades år 2000 av matematiklärarorganisationen NCTM (NCTM, 2000), kom att kraftigt påverka de kursplaner som infördes 1994.

Hur kunde ett dokument som publicerades 2000 påverka den svenska kursplaneprocessen som ledde fram till 1994 års kursplan? En förklaring är att det publicerades ett antal inflytelserika förarbeten till *Standards* från 1989 och framåt[13], men viktigare var att några av den amerikanska arbetsprocessens mest inflytelserika forskare bjöds över till Sverige av personer involverade i det svenska kursplanearbetet (Emanuelsson m.fl., 1992). Det som vi tidigare har kallat processmål kom alltså att tydligt genomsyra 1994 års kursplaner, inklusive kursplanens mål och betygskriterier. Detta gjorde också att de nationella proven till viss del blev präglade av denna typ av mål, eftersom proven bland annat hade som syfte att hjälpa lärare att konkretisera styrdokumenten.

1994 års kursplan för grundskolan hade en avancerad struktur med följande rubriknivåer: *Ämnets syfte och roll i utbildningen, Mål att sträva mot, Ämnets karaktär och uppbyggnad, Mål som eleverna ska ha uppnått i årskurs 3, 5 och 9* och *Bedömningens inriktning samt betygskriterier.* Processmålen fanns i flera av dessa kursplanedelar och var inte alldeles lätta att identifiera. Bland målen och betygskriterierna blandades processmål med olika slags specifikationer av matematiskt innehåll. Kursplanen som helhet, och dess motsvarighet för gymnasieskolan, kan dock ändå tydligt sägas representera en processmålsreform.[14]

Flera granskningar och utvärderingar visade dock att den mer elev- och problemlösningsorienterade undervisning som man ville åstad-

12 För en utförlig översikt av denna process, se Haldén (1997).

13 *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* (1989), Professional Standards for Teaching Mathematics (1991), och *Assessment Standards for School Mathematics* (1995).

14 I Tabell 8 i Prytz (2023) beskrivs förmågor i olika kursplaner, men där syns denna reform inte särskilt tydligt. En specifik analys av 1994 års kursplaner finns dock i Palm m fl (2004). Se även beskrivningar i Bergkvist m fl (2010a, 2010b) samt Boesen m fl (2014). Här är ett klargörande på sin plats. Forskare världen över beskriver ofta processmål i termer av matematiska kompetenser.

komma med kursplanen inte fick genomslag i undervisningspraktiken (Bergqvist m.fl., 2010b, 2010a; Skolverket, 2003; Statens skolinspektion, 2009, 2010). I samband med en kvalitetsgranskning av *Skolinspektionen* genomfördes en forskningsstudie som specifikt undersökte genomslaget för den så kallade processmålsreformen[15]. Som vi beskrev redan i inledningen visade denna granskning att genomslaget i undervisningen var begränsat, samt att lärarna inte hade uppfattat reformens djupare budskap (samtidigt som lärarna var positiva till en slags ytlig tolkning av reformen) (Boesen m.fl., 2014).[16]

När läroplanerna och kursplanerna i matematik skulle reformeras 2011 hade trenden i internationell forskning gått från ämnesspecifika processmål i exempelvis matematik mot kompetensmål av en mer allmän natur. Av olika skäl valde dock det svenska Skolverket att använda den udda termen *förmågor* för det som internationellt kallas kompetenser (Nordin & Sundberg, 2021). Ambitionen var att förmågorna skulle prägla alla kursplaner på ett liknande sätt. Skolverkets egna undersökningar av implementeringen av 1994 års läroplan hade visat att den som helhet inte verkade ha fått tydligt genomslag i undervisningen, och att detta särskilt gällde genomslaget av processmålen.[17]

Matematikämnet var troligen det ämne i 1994 års kursplan som tydligast präglades av kompetensmål i form av den typ av ämnesspecifika processmål som tidigare beskrivits. Detta kan vara ett skäl till att man i 2011 års nya kursplan nästan helt formulerade kunskapskraven (det som i praktiken också blev betygskriterier) i termer av förmågor.[18] Undersökningar hade nämligen visat att lärare tenderade att låta det matematiska innehållet, som i 1994 års kursplaner angavs som *Mål att uppnå*, prägla undervisningen. Om man då än tydligare gjorde förmågorna till det som ska bedömas, kanske lärare skulle anstränga sig mer för att också låta förmågorna prägla undervisningen?

I Leif Davidssons utredning som föregick 2011 års kursplanearbete (SOU 2007:28) användes ämnena *bild, historia* och *matematik* som exempel. Men enbart i ämnet matematik redovisades exempel i form av explicita möjliga kursplaneskrivningar (Utbildningsdepartementet, 2007). Utredningens exempel är på en övergripande nivå relativt lika det som till slut också blev en ny kursplan i matematik. I både exempel och slutversion återfinns en slags förmågestruktur och en specifikation av *centralt innehåll* (i utredningen kallat huvudsakligt innehåll). Men det finns också viktiga skillnader. I utredningens förslag kopplades progressionen i förmågorna till det matematiska innehållet, men detta sätt att formulera kriterier följde inte med till den slutgiltiga kursplanen.

15 Forskarna själva benämner detta kompetensmålsreformen, bland annat med hänvisning till det inflytelserika danska ramverket Kompetencer og matematiklæring (Niss & Jensen, 2002).
16 Gregoire beskriver sin forskning med hänvisning till olika psykologiska teorier hur det går till när positiv värdering och icke-förändring samverkar (Gregoire, 2003).
17 Se avsnitt 1.2 i Davidssons utredning för en fylligare beskrivning (Utbildningsdepartementet, 2007).
18 Kunskapskraven för årskurs 3 innehåller också vissa beskrivningar av matematiskt innehåll.

Davidssons utredning föreslog till exempel kriterier för tre betygssteg som handlar om beräkningsförmåga:

Godkänt
Eleven kan använda strategier för att räkna i huvudet, med överslagsräkning, med någon skriftlig räknemetod och med miniräknare och dator.

Väl godkänt
Eleven kan utföra beräkningar **på ett säkert sätt** och välja lämpliga strategier och metoder för beräkningarna.

Mycket väl godkänt
Eleven kan utföra beräkningar på ett säkert sätt **inom hela talområdet**, välja och anpassa räknemetoder till den aktuella situationen samt hantera aritmetiska och algebraiska uttryck och räknelagarna.

Det sista kriteriet innebär att eleven för att få högsta betyg skulle kunna göra kopplingar till algebra och räknelagar. Värt att notera är också att det är kvalitativa skillnader mellan de tre kriterierna. I *Väl godkänt*-kriteriet tillkommer att kunna välja strategier och metoder och i *Mycket väl godkänt*-kriteriet tillkommer att anpassa samt uttrycka beräkningar mer formellt och kunna använda regler inom matematiska symbolsystem. Dessa skillnader, menar vi, är ganska enkla att förstå och bedöma. Det är också en tydlig skillnad mellan vad som krävs för *Godkänt* och vad som krävs för *Väl godkänt*.

Detta kan jämföras med hur motsvarande område skulle bedömas och betygssättas i den av Skolverket utarbetade och av regeringen slutgiltigt antagna kursplanen från år 2011. Kriterierna angavs enbart för de tre betygsstegen E, C respektive A.

Betyg E
Eleven kan välja och använda **i huvudsak fungerande** matematiska metoder med **viss** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **tillfredsställande** resultat.

Betyg C
Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga** matematiska metoder med **relativt god** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **gott** resultat.

Betyg A
Eleven kan välja och använda **ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder med **god** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **mycket gott** resultat.

Här finns alltså ingen koppling till att det är annorlunda matematiskt innehåll och nya matematiska överväganden som tillkommer i de olika betygsstegen. Värt att notera är att eleverna förväntas inneha exakt samma matematiska förmågor, fast med olika grad av säkerhet och finess. Den slutgiltiga kursplanen skiljer sig i detta avseende avsevärt från den tydligare progressionen i Davidssons utredning, där elevernas räckvidd och täckningsgrad över matematikämnet stegvis ökar för de högre bedömningarna.

Kunskapskraven för andra förmågor i Lgr 11 är huvudsakligen konstruerade på samma sätt som exemplet ovan, både för årskurs 6 och 9.[19] Den här strukturen gäller för övrigt samtliga ämnen i den obligatoriska skolan.

Om vi betraktar progression över årskurser i Lgr 11 kan vi konstatera att formuleringarna för årskurs 6 och årskurs 9 (och delvis även årskurs 3) är mycket lika. Det är resultatet av ett internt ställningstagande från Skolverket om en enkel ämnes- och årskursövergripande taxonomi för hur kunskapskraven skulle formuleras.[20] Att kursplaneformuleringarna ska se likartade ut mellan olika ämnen gjorde också att mycket av de ämnesspecifika språkliga uttrycken tonades ner i 2011 års kursplan, vilket har beskrivits av Prytz (2023). Detta ställningstagande omöjliggjorde användandet av den av utredningen föreslagna kopplingen mellan processmål och matematiskt innehåll. Personer som deltog i kursplanearbetet har dessutom beskrivit att det saknades gemensam förståelse för vad kursplanens fraser, till exempel beskrivningen av förmågorna, egentligen skulle betyda (Jahnke, 2016).

Vad får en kursplan formulerad på detta sätt för konsekvenser?

För lärare är det rimligt att anta att ju mindre specifik och ju mer svårtydd kursplanen är, desto svårare blir den att använda som utgångspunkt för planering av undervisningen. Det är också känt att svenska lärare i högre grad än lärare i andra länder förlitar sig på läromedel snarare än kursplanen som stöd för sin planering av undervisningen. Lärare förlitar sig i allmänhet på att läromedlen tolkar kursplanen på ett rimligt sätt och behandlar huvudsakligen just sådant innehåll och sådana uppgifter som finns i läroboken.[21]

Det är dock inte nödvändigtvis så att läromedlen är särskilt bra uttolkare av kursplanen. Processmålen har också visat sig få blygsam påverkan på läromedlens innehåll. Det finns till exempel gott om studier som visar hur problemlösning, som kanske är det mest prominenta processmålet, inte har ett tydligt genomslag i svenska läroböcker.[22] Pågående studier visar visserligen att lärarhandledningar i Sverige i allt högre grad behandlar processmålen[23], men annan pågående forskning visar att medan svenska lärare mycket noggrant tenderar att följa kapitel- och innehållsstrukturen i elevböckerna, följer de inte i särskilt hög grad lärarhandledningarnas förslag på undervisningsupplägg.[24] Det verkar alltså i Sverige ha varit svårt att via läromedel få genomslag för undervisningen i processmålsriktning, helt i linje med vad även den internationella forskningen visar.

Man bör också ha i åtanke att läromedelsförlagen verkar på en fri marknad. Mot bakgrund av vad vi har skrivit tidigare i denna

19 För årskurs 3 beskrivs inga betygssteg.
20 Det finns få beskrivningar av hur denna process inom Skolverket gick till, men Per Kornhall har grävt i frågan (Kornhall, 2018). Se även denna artikel i DN-debatt: https://www.dn.se/debatt/skolverkets-tjansteman-trollade-bort-kraven-pa-faktakunskaper/
21 Skolverket (2003) beskriver redan 2003 hur både elever och lärare i Sverige betraktar det som står i läroboken som det som ska läras och undervisas. Lepik m. fl. (2015) beskriver hur detta i praktiken har gjort förlagen till de som kontrollerar vad som undervisas. Hur detta går till har också i detalj beskrivits i en fallstudie av Johansson (2006).
22 Se till exempel Jäder m fl. (2020).
23 Personlig kommunikation med Johan Prytz, 230714.
24 Personlig kommunikation med Tuula Koljonen, 230709, se även (Koljonen, 2020).

Det är också känt att svenska lärare i högre grad än lärare i andra länder förlitar sig på läromedel snarare än kursplanen som stöd för sin planering av undervisning.

rapport, är det tydligt att förändring av undervisningspraktik är en utmanande process för lärare. Det innebär att ett läromedel som ställer krav på en förändring av undervisningspraktiken riskerar att väljas bort av lärarna. Det här är en risk som ett företag som verkar på en fri marknad inte nödvändigtvis kan ta. Man kan jämföra med när 80-talets kursplan i matematik inte tydligt specificerade området algebra, som typiskt betraktas som svårt. Då flyttades algebran allt högre upp i årskurserna i läromedlen (Prytz, 2023).

En svårtydd kursplan kan av liknande anledningar också försvåra förutsättningarna för bra kompetensutveckling. När det är oklart vad som ska undervisas blir det också mer oklart vad kompetensutvecklingen ska innehålla. I själva verket finns det mycket som tyder på att övergripande kompetensutveckling utan tydligt innehållsfokus sällan är effektiv. Mer av tiden riskerar att gå åt till att komma överens om vad som ska undervisas, snarare än hur man ska undervisa bättre.

Vi har sett i vår översikt att i fall där kompetensutveckling har fungerat har innehållet ofta varit relativt riktat mot det specifika matematiska innehållet. Det verkar vara svårare att på ett generellt plan bli bättre på att undervisa i problemlösning eller resonemangsförmåga.

Men när kompetensutvecklingen är mer begränsad till en särskild del av matematiken, i kombination med processmål, finner vi flera positiva exempel (Cai & Hwang, 2021; Clements & Sarama, 2011; Ferrini-Mundy m.fl., 2007; Goos m.fl., 2011; Hilton m.fl., 2016; Hilton & Hilton, 2019; Saadati & Felmer, 2021; Swan, 2007). En kursplan med mer specifika mål skulle göra det enklare att designa kompetensutveckling. Fler specifika kompetensutvecklingsinsatser i mindre skala och riktade till färre deltagare har antagligen större chans att leverera resultat än storskaliga och relativt övergripande kompetensutvecklingsinsatser som Matematiklyftet[25].

För att konkretisera detta resonemang – betrakta igen kunskapskravet i matematik i gällande kursplan från 2022 (som också visar hur små förändringar som gjorts jämfört med Lgr 11[26]):

> Eleven väljer och använder i *huvudsak fungerande/ändamålsenliga/ändamålsenliga och effektiva* matematiska metoder för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom områdena taluppfattning och tals användning, algebra, geometri, sannolikhet och statistik samt samband och förändring med *tillfredsställande/god/mycket god säkerhet.*[27]

25 Matematiklyftet har i studier visats sig ha ingen eller möjligen mycket liten effekt på elevernas kunskapsutveckling (Grönqvist m.fl., 2021; Lindvall m.fl., 2018, 2022). Matematiklyftet bygger på en form av kollegialt lärande med expertstöd som har visat sig fungera bra när fortbildningen handlar om något specifikt, men som inte har forskningsstöd när fortbildningen handlar om den typ av övergripande saker som berörs i Matematiklyftets moduler (Helenius, 2021).

26 Läroplansöversynen som ledde till Lgr 22 hade det uttalade syftet att göra kursplanerna till bättre arbetsverktyg för lärarna genom att anpassa det centrala innehållet när det gäller omfattning, konkretionsgrad och progression samtidigt som betygskriterierna skulle bli mindre detaljerade för att ge lärarna bättre förutsättningar att sätta mer rättvisande betyg, men också minska risken att betygskriterierna styr undervisningen Skolverket, 2023).

27 Motsvarande formulering i Lgr 11 löd alltså: Eleven kan välja och använda **i huvudsak fungerande/ändamålsenliga/ändamålsenliga och effektiva** matematiska metoder med **viss/relativt god/god** anpassning till sammanhanget för att göra beräkningar och lösa rutinuppgifter inom aritmetik, algebra, geometri, sannolikhet, statistik samt samband och förändring med **tillfredsställande/gott/mycket gott** resultat.

Det är inte så lätt att tänka sig hur vare sig en läromedelsdesign eller en kompetensutveckling ska se ut för att i högre grad få eleverna att göra beräkningar med *mycket gott* i stället för bara *tillfredsställande* resultat. I Davidssons utredning ser motsvarande förslag för det högsta betygssteget ut så här:

> *Mycket väl godkänt*: Eleven kan utföra beräkningar på ett säkert sätt inom hela talområdet, välja och anpassa räknemetoder till den aktuella situationen samt hantera aritmetiska och algebraiska uttryck och räknelagarna.

Här är det relativt uppenbart hur man kan designa uppgifter där eleverna får utveckla sin förmåga att välja räknemetod beroende på situation eller träna på att använda algebraiska eller aritmetiska räknelagar i sina beräkningar, liksom att designa kompetensutveckling riktad mot att göra lärare bättre på att undervisa i detta.

Vi menar att den viktigaste skillnaden mellan de två sätten att formulera kunskapskrav alltså inte handlar om kunskapssyn, utan om hur formuleringarna underlättar för olika aktörer i systemet att fungera effektivt. Poängen är inte heller att Davidssons konkreta exempel är särskilt bra, bara att de på ett principiellt plan är mer systemstödjande.

Innan vi summerar våra förslag för kursplaner och kursplanearbete i matematik vill vi påminna om att vi i hela denna rapport har tagit ett *matematikspecifikt ämnesperspektiv*. Speciellt i USA har design av kursplaner lett till många kontroverser.[28]

Sådana kontroverser tenderar att ha en politisk dimension där den konservativa sidan (det vill säga den republikanska sidan i den amerikanska kontexten) tenderar att vara för mer traditionella kursplaner och den vänster-orienterade sidan (det vill säga demokraterna i den amerikanska kontexten) tenderar att vara för mer reformorienterade kursplane-konstruktioner. Den svenska diskussionen om skolan präglas även den av ideologiska perspektiv som till exempel formuleras som en strid om kunskapssyn.

Vi vill uppmana till att inte låta generella kunskapssynsdiskussioner få för stort utrymme i kursplanedebatter. Vi menar att försöken att överföra frågor om skolans undervisning till generella frågor om kunskapssyn *i sig* är kontraproduktiva, särskilt om man eftersträvar ett mer traditionellt kunskapsfokus. I vårt resonemang ovan har vi visat att när process-mål, förmågor, kompetenser och liknande kom att implementeras i läroplanen utifrån ett ämnesövergripande perspektiv – i stället för ett matematikspecifikt perspektiv – minskade den precision i matematikkursplanen som fanns tidigare.[29] Allmänna sätt att formulera sig om kunskap, som till exempel i termer av fakta och förståelse, räcker inte till för att ge tillräckligt djup åt en diskussion om hur fakta, förståelse och relaterade kunskapsformer kommer till uttryck i matematik och matematikundervisning. Inom matematikområdet existerar redan mycket välutvecklade ramverk för att beskriva olika aspekter av kunskap, och det är sådana ram-verk som bör användas när en matematik-kursplan ska tas fram. Antagligen gäller det även andra ämnen eller ämnesområden.

28 Se Schoenfeld (2004) för en historisk kontextualisering.
29 Se även Prytz (Prytz, 2023).

Förslag

Vi menar att den internationella implementeringsforskning inom matematikområdet som vi har refererat till visar att den typ av processmål som har präglat svenska matematikkursplaner sedan 1994 är mycket svåra att implementera. Forskningsstudier beskriver ofta att lärare saknar rätt uppfattningar eller kunskaper för att kunna undervisa i linje med processmålen. Ett processmålsperspektiv kan däremot fungera som en bra grund när man vill förbättra undervisningen inom något specifikt matematikområde. Många processmålsramverk ger bra grund för att analysera vad man behöver kunna inom ett specifikt matematikområde, och därmed också för att utveckla framgångsrik undervisning. Det är alltså troligtvis en bra idé att även i fortsättningen låta processmål ha en viktig roll i kursplanen.

För att processmålen ska kunna göra nytta behöver de konkretiseras bättre än vad som nu är fallet. Det kan göras på tre sätt. Dels kan processmålens specifika natur klargöras. Dels kan progression inom respektive processmål klargöras. Dels kan processmålen konkretiseras med avseende på hur de artar sig för olika typer av matematiskt innehåll.

Redan Davidssons utredning (Utbildningsdepartementet, 2007) gav indikationer på hur sådana konkretiseringar kan göras inom en form som i stort liknar dagens kursplanekonstruktion. Men att bestämma hur kopplingen mellan specifikt centralt innehåll och processmålsstrukturen ska göras är utmanande. Det kräver både ordentliga forskningsöversikter och att resultaten man får fram anpassas till svensk kontext.

Detta behöver göras tillsammans med lärare för att säkerställa sättet att formulera sig i kursplanen hjälper lärare i deras undervisningspraktik snarare än att göra deras arbete svårare. Hur det centrala innehållet beskrivs i kursplanen är en fråga som vi bara implicit har berört i denna rapport men som det finns starka skäl att diskutera vidare.

I Davidssons utredning föreslogs att kursplanerna skulle kombineras med ett kommentarmaterial som skulle konkretisera och förklara kursplanens formuleringar och begrepp, och som med fördel kunde tas fram parallellt med kursplanen. En liknande modell användes när förskolans läroplan reviderades 2010.

En grupp knuten till Utbildningsdepartementet tog då först fram ett slags kommentarmaterial som angav skäl för olika förändringar och utvecklade hur förändringarna skulle tolkas. Detta material gavs sedan ut och kunde fungera som en tolkningsram till den nya läroplanen, ungefär som förarbeten inom juridiken fungerar (Regeringskansliet, 2010). Liknande förfaranden bör övervägas i framtida läro- och kursplanearbete.

Referenser

Ahl, L. M., Aguilar, M. S., Jankvist, U. T., Misfeldt, M., & Prytz, J. (2023). *Factors of influence for implementing Curriculum Reform: An analysis based on a systematic literature review* [Paper presentation]. The 13th Congress of the European Society for Research in Mathematics Education, Budapest.

Ahl, L. M., Helenius, O., Aguilar, M. S., Jankvist, U. T., Misfeldt, M., & Prytz, J. (2023). Innovations Implemented in Mathematics Education: A Systematic Review. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *3*(2), 1–65.

Balfanz, R., Mac Iver, D. J., & Byrnes, V. (2006). The Implementation and Impact of Evidence-Based Mathematics Reforms in High-Poverty Middle Schools: A Multi-Site, Multi-Year Study. *Journal for Research in Mathematics Education*, *37*(1), 33–64. https://doi.org/10.2307/30035051

Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Helenius, O., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2010a). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet. Grundskolan våren 2009*. National center for mathematics education.

Bergqvist, E., Bergqvist, T., Boesen, J., Helenius, O., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2010b). *Matematikutbildningens mål och undervisningens ändamålsenlighet. Gymnasieskolan hösten 2009*. National center for mathematics education.

Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., & Palmberg, B. (2014). Developing mathematical competence: From the intended to the enacted curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, *33*, 72–87.

Burrill, G. (1997). The NCTM Standards: Eight Years Later. *School Science and Mathematics*, *97*(6), 335–339.

Cai, J. (2014). Searching for evidence of curricular effect on the teaching and learning of mathematics: Some insights from the LieCal project. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(4), 811–831. http://dx.doi.org.ezproxy.its.uu.se/10.1007/s13394-014-0122-y

Cai, J., & Hwang, S. (2021). Teachers as redesigners of curriculum to teach mathematics through problem posing: Conceptualization and initial findings of a problem-posing project. *ZDM Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-021-01252-3

Century, J., & Cassata, A. (2016). Implementation Research: Finding Common Ground on What, How, Why, Where, and Who. *Review of Research in Education*, *40*(1), 169–215. https://doi.org/10.3102/0091732X16665332

Charalambous, C. Y., & Philippou, G. N. (2010). Teachers' concerns and efficacy beliefs about implementing a mathematics curriculum reform: Integrating two lines of inquiry. *Educational Studies in Mathematics*, *75*(1), 1–21. https://doi.org/10.1007/s10649-010-9238-5

Christou, C., Eliophotou-Menon, M., & Philippou, G. (2004). Teachers' concerns regarding the adoption of a new mathematics curriculum: An application of CBAM. *Educational Studies in Mathematics*, *57*(2), 157–176. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000049271.01649.dd

Clarke, D., Breed, M., & Fraser, S. (2004). The Consequences of a Problem-Based Mathematics Curriculum. *The Mathematics Educator*, *14*(2), 10.

Clark-Wilson, A., & Hoyles, C. (2019). A research-informed web-based professional development toolkit to support technology-enhanced mathematics teaching at scale. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(3), 343–359. https://doi.org/10.1007/s10649-018-9836-1

Clements, D. H., & Sarama, J. (2011). Early childhood mathematics intervention. *Science*, *333*(6045), 968–970.

D'Ambrosio, B. S. (1991). The Modern Mathematics Reform Movement in Brazil and Its Consequences for Brazilian Mathematics Education. *Educational Studies in Mathematics*, *22*(1), 69–85.

Dolma, P., Nutchey, D., Watters, J. J., & Chandra, V. (2018). Investigating the Alignment of Bhutanese Mathematics Teachers' Planned Approaches Within the Context of a Reformed Curriculum. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *16*(3), 581–602. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9791-1

Drijvers, P., Kodde-Buitenhuis, H., & Doorman, M. (2019). Assessing mathematical thinking as part of curriculum reform in the Netherlands. *Educational Studies in Mathematics*, *102*(3), 435–456. https://doi.org/10.1007/s10649-019-09905-7

Emanuelsson, G., Johansson, B., & Lingefjärd, T. (1992). *Matematikämnet i skolan i internationell belysning* (1992:1; Rapporter från institutionen för ämnesdidaktik, avdelningen för matematik, s. 238). Institutionen för ämnesdidaktik, Göteborgs universitet.

Engelbrecht, J., & Harding, A. (2008). The impact of the transition to outcomes-based teaching on university preparedness in mathematics in South Africa. *Mathematics Education Research Journal*, *20*(2), 57–70. https://doi.org/10.1007/BF03217477

Ferrini-Mundy, J., Burrill, G., & Schmidt, W. H. (2007). Building teacher capacity for implementing curricular coherence: Mathematics teacher professional development tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(4), 311–324.

Gainsburg, J. (2012). Why new mathematics teachers do or don't use practices emphasized in their credential program. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *15*(5), 359–379. https://doi.org/10.1007/s10857-012-9208-1

Goos, M., Dole, S., & Geiger, V. (2011). Improving Numeracy Education in Rural Schools: A Professional Development Approach. *Mathematics Education Research Journal*, *23*(2), 129–148.

Gregoire, M. (2003). Is it a challenge or a threat? A dual-process model of teachers' cognition and appraisal processes during conceptual change. *Educational psychology review*, *15*(2), 147–179.

Grönqvist, E., Öckert, B., & Rosenqvist, O. (2021). *Does the 'Boost for Mathematics' Boost Mathematics?* (Working paper 2021:22; Working paper). The Institute for Evaluation of Labour Market and Education Policy (IFAU).

Haldén, E. (1997). *Ett centralt ämbetsverk i omvandling—Från Skolöverstyrelsen till Skolverket.* (1997:2). Stockholm center for organizational research.

Handal, B., & Bobis, J. (2004). Teaching mathematics thematically: Teachers' perspectives. *Mathematics Education Research Journal*, *16*(1), 3–18. https://doi.org/10.1007/BF03217388

Helenius, O. (2021). A stakeholder analysis of the development of a large scale professional development program. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *1*(2), 1–30. https://doi.org/10.1163/26670127-01010009

Hilton, A., & Hilton, G. (2019). Primary school teachers implementing structured mathematics interventions to promote their mathematics knowledge for teaching proportional reasoning. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *22*(6), 545–574. https://doi.org/10.1007/s10857-018-9405-7

Hilton, A., Hilton, G., Dole, S., & Goos, M. (2016). Promoting middle school students' proportional reasoning skills through an ongoing professional development programme for teachers. *Educational Studies in Mathematics*, *92*(2), 193–219.

Hoch, S., Reinhold, F., Werner, B., Richter-Gebert, J., & Reiss, K. (2018). Design and research potential of interactive textbooks: The case of fractions. *ZDM*, *50*(5), 839–848. https://doi.org/10.1007/s11858-018-0971-z

Howe, C., Nunes, T., & Bryant, P. (2011). Rational number and proportional reasoning: Using intensive quantities to promote achievement in mathematics and science. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *9*(2), 391–417. https://doi.org/10.1007/s10763-010-9249-9

Hu, B. Y., Fuentes, S. Q., Wang, C. Y., & Ye, F. (2014). A Case Study of the Implementation of Chinese Kindergarten Mathematics Curriculum. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *12*(1), 193–217. ERIC.

Huang, H.-M. E. (2017). Curriculum Interventions for Area Measurement Instruction to Enhance Children's Conceptual Understanding. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *15*(7), 1323–1341. https://doi.org/10.1007/s10763-016-9745-7

Jahnke, A. (2016). *Skolans och förskolans matematik: Kunskapssyn och praktik*. Studentlitteratur.

Johansson, M. (2006). Three teachers' way to organize their mathematics lessons. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *11*(3), 5–30.

Jäder, J., Lithner, J., & Sidenvall, J. (2020). Mathematical problem solving in textbooks from twelve countries. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, *51*(7), 1120–1136.

Kitchen, R. (2003). Getting Real about Mathematics Education Reform in High-Poverty Communities. *For the Learning of Mathematics*, *23*(3), 16–22.

Koljonen, T. (2020). *Finnish mathematics curriculum materials and teachers\' interaction with them in two cultural-educational contexts* [PhD Thesis]. Åbo Akademi University.

Kornhall, P. (2018). *Lärare: En Handbok*. Natur & Kultur.

Kramer, S. L., & Keller, R. (2008). An Existence Proof: Successful Joint Implementation of the IMP Curriculum and a 4 x 4 Block Schedule at a Suburban U.S. High School. *Journal for Research in Mathematics Education*, *39*(1), 2–8.

LaBerge, V. B., & Sons, L. R. (1999). First-Year Teachers' Implementation of the NCTM Standards. *PRIMUS*, *9*(2), 139–156. https://doi.org/10.1080/10511979908965923

Lepik, M., Grevholm, B., & Viholainen, A. (2015). Using textbooks in the mathematics classroom–the teachers' view. *Nordic Studies in Mathematics Education*, *20*(3–4), 129–156.

Lindvall, J., Helenius, O., Eriksson, K., & Ryve, A. (2022). Impact and Design of a National-scale Professional Development Program for Mathematics Teachers. *Scandinavian Journal of Educational Research*, *66*(5), 744–759. http://dx.doi.org/10.1080/00313831.2021.1910563

Lindvall, J., Helenius, O., & Wiberg, M. (2018). Critical features of professional development programs: Comparing content focus and impact of two large-scale programs. *Teaching and Teacher Education*, *70*, 121–131.

Manouchehri, A., & Goodman, T. (2000). Implementing mathematics reform: The challenge within. *Educational Studies in Mathematics*, *42*(1), 1–34.

NCTM. (1989). *Curriculum and evaluation standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (1991). *Professional Standards for Teaching Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (1995). *Assessment Standards for School Mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. National Council of Teachers of Mathematics.

Niss, M., & Jensen, T. H. (2002). *Kompetencer og matematiklæring: Ideer og inspiration til udvikling af matematikundervisning i Danmark*. Undervisningsministeriets forlag.

Nordin, A., & Sundberg, D. (2021). Transnational competence frameworks and national curriculum-making: The case of Sweden. *Comparative Education*, *57*(1), 19–34. https://doi.org/10.1080/03050068.2020.1845065

Palm, T., Bergqvist, E., Eriksson, I., Hellström, T., & Häggström, C.-M. (2004). *En tolkning av målen med den svenska gymnasiematematiken och tolkningens konsekvenser för uppgiftskonstruktion* (Pm nr 199, 2004). Enheten för pedagogiska mätningar, Umeå universitet.

Prodromou, T., & Lavicza, Z. (2017). *Integrating Technology into Mathematics Education in an Entire Educational System—Reaching a Critical Mass of Teachers and Schools*. *24*(3), 8.

Prytz, J. (2023). *Grundskolans kursplaner i matematik – igår, idag och imorgon* (s. 1–30). Svenskt Näringsliv.

Prytz, J., Ahl, L. M., & Jankvist, U. T. (2022). An Innovation's Path to Mathematics Textbooks: A Retrospective Analysis of the Successful Scaling of the Swedish PUMP Project. *Implementation and Replication Studies in Mathematics Education*, *2*(2), 241–288. https://doi.org/10.1163/26670127-bja10005

Regeringskansliet. (2010). *Förskola i utveckling – bakgrund till ändringar i förskolans läroplan* (promemoria U10.027; s. 23). Utbildningsdepartementet.

Saadati, F., & Felmer, P. (2021). Assessing impact of a Teacher professional development program on student problem-solving performance. *ZDM Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s11858-020-01214-1

Schoenfeld, A. H. (2004). The math wars. *Educational policy*, *18*(1), 253–286.

Skolverket. (2003). *Lusten att lära - med fokus på matematik: Nationella kvalitetsgranskningar 2001-2002* (Rapporter 221; Skolverkets rapportserie, s. 68). Skolverket.

Skolverket. (2023). Nya kurs- och läroplaner (Lgr22). From www.skolverket.se: https://www.skolverket.se/regler-och-ansvar/forandringar-inom-skolomradet/sidor-tidigare-forandringar/nya-kurs--och-laroplaner-lgr22

Star, J. R., & Hoffmann, A. J. (2005). Assessing the Impact of Standards-based Curricula: Investigating Students' Epistemological Conceptions of Mathematics. *The Mathematics Educator*, *15*(2), 25–34.

Statens skolinspektion. (2009). *Undervisningen i matematik—Undervisningen innehåll och ändamålsenlighet* (2009:5). Statens skolinspektion.

Statens skolinspektion. (2010). *Undervisningen i matematik i gymnasieskolan* (2010:13). Statens skolinspektion2.

Stickles, P. R. (2011). Using Instructional Logs to Study Teachers' Adaptation to Curricular Reform: Teachers' Adaptation. *School Science and Mathematics*, *111*(2), 39–46. https://doi.org/10.1111/j.1949-8594.2010.00059.x

Swan, M. (2007). The impact of task-based professional development on teachers' practices and beliefs: A design research study. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *10*(4), 217–237. https://doi.org/10.1007/s10857-007-9038-8

Swars, S. L., & Chestnutt, C. (2016). Transitioning to the Common Core State Standards for Mathematics: A Mixed Methods Study of Elementary Teachers' Experiences and Perspectives: CCSS-Mathematics and Elementary Teachers. *School Science and Mathematics*, *116*(4), 212–224. https://doi.org/10.1111/ssm.12171

Tidöavtalet. (2022). Överenskommelse för Sverige. Kristdemokraterna, Liberalerna, Moderaterna och Sverigedemokraterna.

Utbildningsdepartementet. (2007). *Tydliga mål och kunskapskrav i grundskolan* (Statens offentliga utredningar SOU 2007:28). Utbildningsdepartementet.

Zacharos, K., Koustourakis, G., & Papadimitriou, K. (2014). Analysing the Implemented Curriculum of Mathematics in Preschool Education. *Mathematics Education Research Journal*, *26*(2), 151–167.

Om författarna

Ola Helenius är professor i ämnesdidaktik med inriktning mot matematik vid institutionen för didaktik och pedagogisk profession vid Göteborgs universitet där han arbetar med undervisnings-utveckling. Han har bland annat lett utvecklingen av undervisningsmodellen Tänka, resonera och räkna (TRR).

Linda Marie Ahl har doktorerat i matematikämnets didaktik och forskar om implementering av innovationer för undervisningsförbättringar vid Institutionen för pedagogik, didaktik och utbildningsstudier, Uppsala universitet. Hon har 20 års erfarenhet av undervisning av matematik på grundläggande och gymnasienivå, bland annat inom Kriminalvårdens vuxenutbildning.

Båda författarna är även verksamma vid Nationellt centrum för matematikutbildning (NCM).

Författare: Ola Helenius och Linda Marie Ahl

Näringslivets skolforum

SWEDISH ENTERPRISE SCHOOL FORUM

svensktnaringsliv.se/skolforum